## 特集論文

# システム連携を加速する 大規模最適化問題の高速求解技術

柴田秀哉\*

Fast Algorithm for Large - Scale Optimization Problems Accelerating System Collaboration

#### 要旨

IoT (Internet of Things)技術の進展によって、様々な機器からのデータ収集が可能になると、それらのデータを活用した意思決定手段が重要になる。特に、複数のシステムが相互に連携して計画全体を最適化するSoS (System of Systems)では、最適化問題の規模が大きくなり、計画立案のための計算負荷が高いという課題がある。

この課題に対して、大規模最適化問題に対する高速求解 技術を開発した。この手法の特徴は次の2点である。

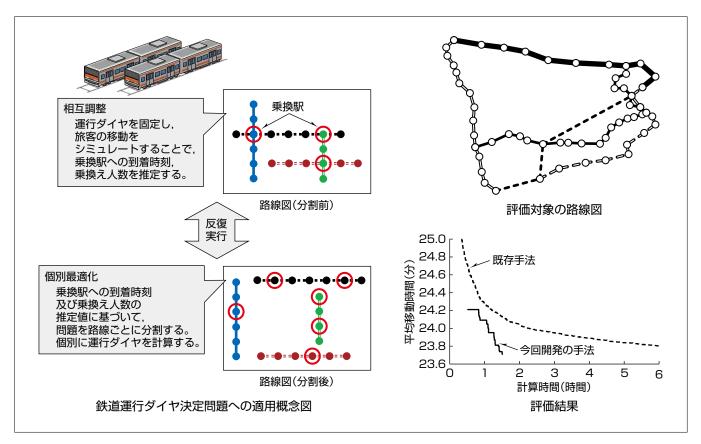
(1) 要素システム間の疎結合性に基づく問題分割

SoSを構成する個々の要素システムは、互いの入出力を 介して緩やかに連携している。この疎結合性に基づいて、 最適化問題を要素システムごとに分割する。

(2) 個別最適化と相互調整の反復的な実行

SoS全体の計画立案の問題を、要素システムごとの個別 最適化と、要素システム間の相互調整との合成であると捉 えて、両者の反復的な実行によって、高速かつ高精度な最 適化計算を実現する。

この手法を複数の路線から成る鉄道の運行ダイヤ決定問題に適用し、評価を実施した。評価の結果、5路線の問題に対して、既存手法では計算時間が6時間を超えても到達できない精度の解を、この手法では計算時間90分で導出でき、その優位性を確認できた。



#### 鉄道運行ダイヤ決定問題への適用概念図及び評価結果

鉄道運行ダイヤの決定をSoSの計画立案と見なす場合、各路線を要素システムと見ることができる。今回開発の手法では、路線ごとの運行ダイヤ決定(個別最適化)と、乗換えを伴う旅客の乗換え時刻を媒介とした相互調整との反復実行によって運行ダイヤを計算する。旅客の移動需要を既知とし、旅客の平均移動時間の低減を目的に、5路線90分間の運行ダイヤ作成について評価した結果、既存手法より短い計算時間で移動時間が短い解を導出できた。

## 1. まえがき

IoT技術の進展によって、様々な機器データをリアルタイムに収集し、活用することが可能になりつつある。これに伴い、複数のシステムが相互に連携して意思決定を行うSoSの考え方が重要性を増してきている。

本稿では、SoSでの意思決定を支援する技術として、三菱電機が開発した大規模最適化問題の高速求解技術を述べる。SoSでの計画立案を大規模な最適化問題と捉えると、この問題は要素システムごとの個別最適化と、要素システム間の相互調整としてモデル化できる(図1)。この考え方に基づいて、今回開発の手法では、要素システムへの問題分割と反復的な相互調整によって、高速かつ高精度な最適化計算を実現する(1)。また、適用事例として、複数の路線から成る鉄道の運行ダイヤ決定問題の事例を述べる(2)。

## 2. 適 用 対 象

今回開発の手法は、SoSの計画立案を対象としたものであり、SoSの特性である"要素システム間の疎結合性"及び"2種類の意思決定の併存性"という二つの性質を利用する。それに加えてこの手法では、計画立案にまつわる"時刻に基づく順序関係"に着目する。

この章では、これら三つの性質について、鉄道の運行ダイヤ決定問題を例に交えて述べる。

## 2.1 要素システム間の疎結合性

SoSを構成する個々の要素システムは、それ自体が一つの閉じたシステムであると同時に、他の要素システムと相互に関係性を持つ。前者は、要素システムがある程度の独立性を持つことを意味し、後者は、この独立性が完全ではないことを意味する。本稿では、このような状態を要素シ

要素システムA 個別最適化 相互調整 相互調整 単素システムB 個別最適化 図別最適化 図別最適化

図1. SoSでの計画立案のモデル

ステム同士が疎に結合していると表現する。なお、要素システム間の相互関係は、ある要素システムからの出力が他の要素システムへの入力になることによって実現される。

鉄道の運行ダイヤ決定問題の例では、路線網をSoS、個々の路線を要素システムと見ることができる。個々の路線は、乗換駅という限定的な結合点によって、他の路線と関わりを持つ。この結合点がもたらす相互関係は、乗換えを伴う旅客の乗換駅への到着時刻という形で表れる。言い換えると、一方の路線からの旅客の到着時刻(出力)が、他方の路線での旅客の出発時刻(入力)になる。このように見ると、運行ダイヤ決定問題で、対象になる路線網は、要素システム間の疎結合性を持つことが分かる。

#### 2.2 2種類の意思決定の併存性

ここで言う2種類の意思決定とは、個別最適化と全体最適化である。SoSを構成する要素システムがある程度の独立性を持つと前提する以上、個別の要素システムは自身に閉じた目的と手段によって意思決定が可能であり、その志向を持つことは自然である。これが個別最適化の側面である。一方、他の要素システムとの関わりによって、双方が利益を得ることもまた珍しくはなく、この利益が個別最適化を志向するだけでは得られないこともまた明らかである。これが全体最適化の側面である。SoSの意思決定では、両方の側面が重要であり、どちらか一方を無視することは現実的ではない。

鉄道の運行ダイヤ決定問題の例では、単独の路線に関する情報だけを用いた個別の運行ダイヤ決定が個別最適化に該当する。列車運行の容易性や異常に対する頑健性などを優先すると、個別最適化による意思決定は最も簡単で確実である。しかしながら、乗換えを伴う旅客の満足度を考慮すると、他路線との関係性は無視できない。例えば、乗換駅での旅客の待ち時間を低減するには、個別最適化だけでは不十分であり、他路線との運行ダイヤの調整、すなわち全体最適化の観点が不可欠になる。

### 2.3 時刻に基づく順序関係

SoSに限らず、一般に計画立案やスケジューリングと呼ばれる問題では、決定対象のパラメータ間に、時刻に基づく順序関係が存在する。本稿で扱う鉄道の運行ダイヤ決定問題はスケジューリングの一種であり、この範疇(はんちゅう)に含まれる。

今回開発の手法では、時刻に基づく順序関係に着目し、計画立案の高速性と高精度性の両立を図る。その方法については、**3章**で述べる。

三菱電機技報・Vol.96・No.9・2022 39(321)

## 3. アルゴリズム

この章では、今回開発の手法のアルゴリズムについて、 鉄道の運行ダイヤ決定問題を例に交えながら述べる。

#### 3.1 基本方針

アルゴリズムは、三つの基本方針に基づいて設計される。 これらの方針は、**2章**で述べた適用対象に関する三つの性 質にそれぞれ対応する。

1点目は、要素システムごとへの問題の分割である。要素システム間の疎結合性を利用することで問題を分割し、一度に扱う問題の規模を低減させる。これによって、最適化計算の速度を向上させる。

2点目は、反復的な相互調整である。SoSが本質的には個別最適化と全体最適化という2種類の意思決定の併存であるという特性を利用し、要素システムごとの個別最適化と、要素システム間の相互調整を反復的に行う。ここでは、相互調整が全体最適化の手段になる。相互調整を行うことによって、問題分割による近似精度低下を抑制する。

3点目は、逐次的なパラメータの確定である。決定対象のパラメータ間に時刻に基づく順序関係が存在することを利用し、時刻が早い順にパラメータを逐次的に確定する。これによって、相互調整の反復回数を一定数以下に抑えて、計算速度を向上させる。

## 3.2 アルゴリズム

アルゴリズムの流れを**図2**に示す。次のとおり、図に 従って各手順の詳細を述べる。

手順1では、各要素システムの初期状態、すなわち初期 解を設定する。初期解の設定方法は適用事例に依存するが、

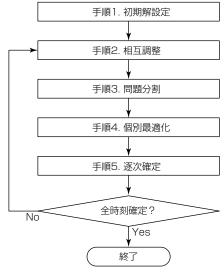


図2. アルゴリズムの流れ

基本方針としては、費用を度外視し、各要素システムを最大限稼働させるように設定する。システムの稼働という概念もまた適用事例に依存したものであるが、例えば、鉄道の運行ダイヤ決定では、ある時刻に列車を始発駅から出発させることを、その時刻でのシステムの"稼働"と見なすことができる。この場合、初期解としては、例えば毎分列車を走行させるような運行ダイヤが該当する。これは利用者から見ると理想的な状態であるが、費用面からは現実的ではない。

手順2では、各要素システムの暫定状態に基づいて、要素システム間の相互調整を行う。数学的に表現すると、決定対象のパラメータ(変数)のうち、各要素システムに閉じたものを暫定解で固定した状態で、SoS全体に関する最適化問題を解く。これによって、各要素システム間でやり取りされる入出力が定まる。この入出力が相互調整の実体である。ここでは全体最適化の問題を扱うため、見かけ上の問題規模は大きくなるが、要素システムに閉じた変数を固定しているため、実際の問題規模は見かけほど大きくはない。

鉄道の運行ダイヤ決定の例で手順2で行うことは、旅客の乗換駅への到着時刻を計算することである。すなわち、個々の路線の運行ダイヤを固定した状態で、各旅客が目的地に最も効率良く移動するための移動経路、乗車すべき列車などを全体最適化問題によって計算する。これによって、乗換駅への到着時刻が得られる。乗換駅への到着時刻は、ある路線からの出力であると同時に、他の路線への入力でもある。

手順3では、手順2の相互調整の結果を受けて、問題を要素システムごとに分割する。他システムからの入力が手順2によって暫定的に与えられるため、各要素システムは、この暫定的な入力によって、自己の問題を独立した個別最適化問題と見なすことができる。鉄道の運行ダイヤ決定の例では、他路線から乗り換えてきた旅客の到着時刻に基づいて、各路線の個別の運行ダイヤ決定問題へと分割する。分割された問題では、他路線からの乗換え客と当該路線から移動を始める旅客は区別されない。

手順4では、手順3で分割された個々の問題を計算し、計算結果を暫定解として保持する。この手順は個別最適化に相当する。鉄道の運行ダイヤ決定の例では、各路線の運行ダイヤを個別に決定する。

手順5では、未確定のパラメータのうち、時刻の最も早いものを、手順4で計算した暫定解に基づいて確定させる。ここで確定させたパラメータは、後の反復で変更させることはない。全ての時刻に関するパラメータが確定されれば、アルゴリズムは終了する。未確定の時刻が存在する場合は、手順2に戻る。鉄道の運行ダイヤ決定の例では、最初の反復で最初の時刻、例えば6時0分のダイヤを確定する。す

なわち、6時0分の各駅での列車出発の有無を確定する。 以降の反復で、6時1分、6時2分と逐次早い時刻につい てのダイヤを確定させていく。

これらの各手順を、3.1節で述べた三つの方針と対応付けると次のようになる。すなわち、要素システムごとへの問題の分割は手順3に、反復的な相互調整は手順2から手順5までの一連の処理の繰り返しに、逐次的なパラメータの確定は手順5にそれぞれ対応する。

## 4. 適 用 事 例

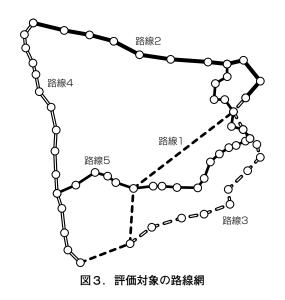
この章では、今回開発の手法を鉄道の運行ダイヤ決定問題に適用し、評価した結果について述べる。

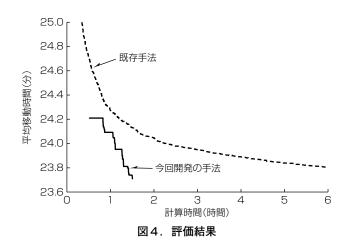
#### 4.1 評価条件

評価は5路線57駅から成る路線網を対象とする(図3)。 運行ダイヤ作成の対象期間は1.5時間(90分)とし、その期間内に移動する約21万の旅客を対象とする。運行ダイヤの良否は、旅客の平均移動時間で判定するものとする。

#### 4.2 評価結果

評価結果を**図4**に示す。図の縦軸は旅客の平均移動時間であり、横軸は運行ダイヤの計算時間を表す。実線が今回開発の手法、破線が比較用の既存手法にそれぞれ対応する。既存手法としては、最適化の分野で一般的に用いられる局所探索法を設定した<sup>(2)</sup>。今回開発の手法、既存手法共に反復解法であり、計算を継続すると解が改善されていくため、計算が進むにつれて、平均移動時間が短縮されていく。既存手法と比較して、今回開発の手法の解が階段状に改善さ





れているのは、1回の反復に要する計算時間が大きく、かつ改善効果が大きいためである。

図4から、今回開発の手法は既存手法と比較して、精度の高い解を高速に導出していることが分かる。実際、今回開発の手法では計算時間が90分の時点で平均移動時間が23.7分の解を導出している。一方、既存手法では、計算時間が6時間を超えても同等の精度には至っていない。この結果から、5路線という規模の運行ダイヤ決定問題で、今回開発の手法の優位性が示された。

## 5. む す び

本稿では、SoSでの意思決定を支援する技術として、大規模最適化問題の高速求解技術を述べた。また、適用事例として、複数路線から成る鉄道の運行ダイヤ決定問題への評価結果を述べて、その優位性を示した。

本稿では述べきれなかったが、当社では、電力分野での発電機起動停止計画問題に対しても、今回開発の手法を適用する試みを行っている<sup>(3)</sup>。IoT技術の進展に伴い、今後、ますますSoSの意思決定は重要性を増していく。それに伴い、データに基づく定量的な計画立案手法が重要になる。今後は、この手法の適用対象を更に拡大し、システム連携を加速させていく。

## 参考文献

- (1) 柴田秀哉, ほか:複数系に跨るスケジューリング問題を対象とした部分問題分解に基づく最適化手法, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, 30~31 (2020)
- (2) 松永龍弥,ほか:移動需要に基づく鉄道運行計画決定問題に対する分解アルゴリズム,日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌,64,101~125(2021)
- 3) 松永龍弥,ほか:大規模な発電機起動停止計画問題に対する部分問題分解に基づく高速解法,電気学会全国大会講演論文集,6-076 (2021)

三菱電機技報・Vol.96・No.9・2022 41 (323)