



三菱電機

第 18 卷

昭和 17 年 12 月

第 12 號

内 容 目 次

Heaviside 演算子法に對する新しい考察と その電氣回路解析に於ける應用.....	菅 野 正 雄	381
無線用變壓器の簡易設計法.....	佐 藤 晋	393
三相四線式積算電力計.....	金 子 勳	399
斜坑集團 ベルトコンベヤ 總括制御裝置.....	大 神 朝 喜	403
薄鋼板の搬入法に就て.....	大 森 淳 子	406
	鈴木吉右衛門	

三菱電機株式會社

三菱電機

第十八卷

昭和十七年十二月

第十二號

Heaviside 演算子法に對する新しい考察と その電氣回路解析に於ける應用 (VII)

研究部 菅野正雄

第 V 章

第一法による計算例

前章迄に説明せる所を更に明瞭ならしむる爲、本章に於ては、比較的簡單なる種々の例を擧げてみよう。

§ V. 1. 回路接続又は短絡の場合

(1) $R-C$ 直列回路 (C の初期電荷は Q) (第 11 圖を参照のこと)

解： 微分方程式は

$$\{R + (CD)^{-1}\} i = E(t), \quad (t \geq +0) \quad \dots\dots\dots (V.1)$$

第一種初期條件は、 $C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1} i] = Q/C$ 。

微分方程式に $D-p$ 變換を施せば、

$$\{R + (Cp)^{-1}\} i = E(t) - Q/C, \quad (t \geq +0) \quad \dots\dots\dots (V.2)$$

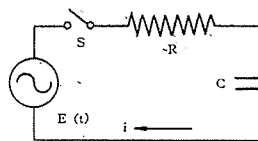
よつて、(V.2) 式の兩邊に $\{R + (Cp)^{-1}\}^{-1}$ を作用せしむれば、

$$\begin{aligned} i &= \{R + (Cp)^{-1}\}^{-1} (E(t) - Q/C) \\ &= \frac{1}{R} \frac{p}{p + \gamma} (E(t) - Q/C) \\ &= \frac{1}{R} \left\{ E(t) - \varepsilon^{-\gamma t} \left(\gamma \int_{+0}^t E(t) \varepsilon^{\gamma t} dt + \frac{Q}{C} \right) \right\}, \\ &\quad \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ \gamma = 1/CR \end{array} \right) \quad \dots\dots\dots (V.3) \end{aligned}$$

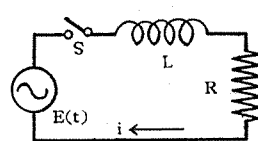
である。

特に、 $E(t) = E \varepsilon^{-\delta t} \sin(\omega t + \theta)$, ($t \geq +0$) とするならば、(V.3) 式中の積分を計算することによつて、

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{R} \left[E \varepsilon^{-\delta t} \left\{ \sin \varphi \cos(\omega t + \theta - \varphi) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\delta}{\sqrt{(\gamma - \delta)^2 + \omega^2}} \sin(\omega t + \theta - \varphi) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon^{-\gamma t} \left\{ \frac{\gamma E}{\sqrt{(\gamma - \delta)^2 + \omega^2}} \sin(\theta - \varphi) - \frac{Q}{C} \right\} \right], \end{aligned}$$



第 11 圖



第 12 圖

$$\left(\begin{array}{l} t \geq +0, \tan \varphi = \omega / (\gamma - \delta), \\ 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, (\gamma \geq \delta, \omega \geq 0) \\ \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi, (\gamma \leq \delta, \omega \geq 0) \end{array} \right) \quad \dots\dots\dots (V.4)$$

が得られる。

(2) $L-R$ 直列回路 (第 12 圖)

解： 微分方程式；

$$(LD + R) i = E(t), \quad (t \geq +0).$$

第一種初期條件； $C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] = 0$ 。

$D-p$ 變換；

$$(Lp + R) i = E(t), \quad (t \geq +0).$$

よつて、

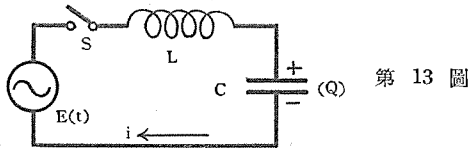
$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{L} \frac{1}{p + 2\alpha} E(t) \\ &= \frac{1}{L} \varepsilon^{-2\alpha t} \int_{+0}^t E(t) \varepsilon^{2\alpha t} dt, \quad \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ \alpha \equiv R/2L \end{array} \right) \quad \dots\dots\dots (V.5) \end{aligned}$$

特に、 $E(t) = E \varepsilon^{-\delta t} \sin(\omega t + \theta)$, ($t \geq +0$) なる時は、

$$\begin{aligned} i &= \frac{E}{L} \frac{1}{\sqrt{(2\alpha - \delta)^2 + \omega^2}} \left\{ \varepsilon^{-\delta t} \sin(\omega t + \theta - \varphi) \right. \\ &\quad \left. - \varepsilon^{-2\alpha t} \sin(\theta - \varphi) \right\}, \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{l} t \geq +0, \tan \varphi = \omega / (2\alpha - \delta), \\ 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, (2\alpha \geq \delta, \omega \geq 0) \\ \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi, (2\alpha \leq \delta, \omega \geq 0) \end{array} \right) \quad \dots\dots\dots (V.6)$$

が得られる。



第 13 圖

(3) $L-C$ 直列回路 (C の初期電荷 Q) (第 13 圖)

解: 微分方程式;

$$\{LD + (CD)^{-1}\}i = E(t), \quad (t \geq 0).$$

第一種初期条件;

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] = 0, \quad C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1}i] = Q/C.$$

$D-p$ 變換;

$$\{Lp + (Cp)^{-1}\}i = E(t) - Q/C, \quad (t \geq 0).$$

よつて,

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{L} \frac{p}{p^2 + \beta^2} \left\{ E(t) - \frac{Q}{C} \right\} \\ &= \frac{1}{L} \left[\sin \beta t \left\{ \int_0^t E(t) \sin \beta t dt - \frac{Q}{\beta C} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \cos \beta t \left\{ \int_0^t E(t) \cos \beta t dt \right\} \right], \\ &\quad \left(\begin{matrix} t \geq 0, \\ \beta \equiv 1/\sqrt{CL} \end{matrix} \right) \dots \dots \dots (V. 7) \end{aligned}$$

特に、 $E(t) = Ee^{-\delta t} \sin(\omega t + \theta)$, ($t \geq 0$) なる時は、

$$\begin{aligned} i &= \frac{-Q}{\beta CL} \sin \beta t + \frac{E}{L} \frac{1/\sqrt{\delta^2 + \omega^2}}{\sqrt{\{\delta^2 + (\omega - \beta)^2\} \{\delta^2 + (\omega + \beta)^2\}}} \\ &\cdot \left\{ \sin(\theta + \varphi) \operatorname{cosec} \psi \sin(\beta t + \psi) - e^{-\delta t} \sin(\omega t + \theta + \varphi) \right\}, \\ &\quad t \geq 0, \\ &\quad \left(\begin{matrix} \tan \varphi = \frac{\omega}{\delta} \frac{\delta^2 - \beta^2 + \omega^2}{\delta^2 + \beta^2 + \omega^2}, & \tan \lambda = \frac{2\delta\beta}{\delta^2 - \beta^2 + \omega^2}, \\ \tan \psi = \frac{1 + \tan \theta \cot \varphi}{1 + \tan \theta \cot \mu} \cot \lambda, & \tan \mu = \frac{2\delta\omega}{\delta^2 + \beta^2 - \omega^2} \end{matrix} \right) \end{aligned} \dots \dots \dots (V. 8)$$

が得られる。

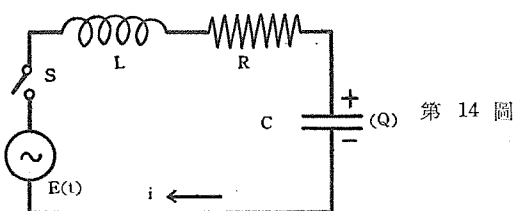
(4) $L-R-C$ 直列回路 (C の初期電荷 Q) (第 14 圖)

解: 微分方程式;

$$\{LD + R + (CD)^{-1}\}i = E(t), \quad (t \geq 0).$$

第一種初期条件;

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] = 0, \quad C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1}i] = Q/C.$$



第 14 圖

$D-p$ 變換;

$$\{Lp + R + (Cp)^{-1}\}i = E(t) - \frac{Q}{C}, \quad (t \geq 0).$$

よつて,

$$\begin{aligned} i &= \{Lp + R + (Cp)^{-1}\}^{-1} \left\{ E(t) - \frac{Q}{C} \right\} \\ &= \frac{1}{L} \left\{ (p + \alpha)^2 \pm \beta^2 \right\}^{-1} p E(t) \\ &\quad - \frac{Q}{CL} \left\{ (p + \alpha)^2 \pm \beta^2 \right\}^{-1} p \cdot 1, \end{aligned}$$

但し、 $\alpha \equiv R/2L$, $\alpha^2 \pm \beta^2 \equiv 1/CL$.

(4.1) $\alpha^2 + \beta^2 = 1/CL$ の場合、

$$\begin{aligned} i &= \frac{e^{-\alpha t}}{\beta L} \left\{ (\alpha \cos \beta t + \beta \sin \beta t) \int_0^t E(t) e^{\alpha t} \sin \beta t dt \right. \\ &\quad \left. + (\beta \cos \beta t - \alpha \sin \beta t) \int_0^t E(t) e^{\alpha t} \cos \beta t dt \right. \\ &\quad \left. - \frac{Q}{C} \sin \beta t \right\}, \quad (t \geq 0) \dots \dots \dots (V. 9). \end{aligned}$$

(4.2) $\alpha^2 - \beta^2 = 1/CL$ の場合、

$$\begin{aligned} i &= \frac{e^{-\alpha t}}{\beta L} \left\{ (\alpha \cosh \beta t - \beta \sinh \beta t) \int_0^t E(t) e^{\alpha t} \sinh \beta t dt \right. \\ &\quad \left. + (\beta \cosh \beta t - \alpha \sinh \beta t) \int_0^t E(t) e^{\alpha t} \cosh \beta t dt \right. \\ &\quad \left. - \frac{Q}{C} \sinh \beta t \right\}, \quad (t \geq 0) \dots \dots \dots (V. 10) \end{aligned}$$

(4.3) $\beta = 0$ なる場合、

$$\begin{aligned} i &= \frac{e^{-\alpha t}}{L} \left\{ \int_0^t E(t) e^{\alpha t} dt - \alpha t \int_0^t E(t) e^{\alpha t} dt \right. \\ &\quad \left. + \alpha \int_0^t E(t) t e^{\alpha t} dt - \frac{Q}{C} t \right\}, \quad (t \geq 0) \dots \dots \dots (V. 11) \end{aligned}$$

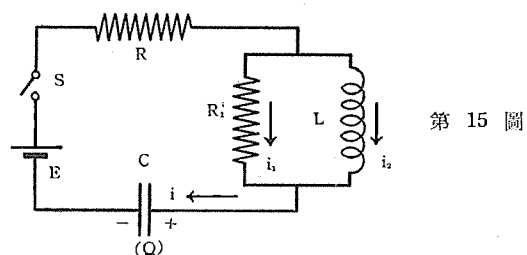
而して、たとへば特に、 $\alpha^2 + \beta^2 = 1/CL$ の時、($E(t) = Ee^{-\delta t}$, ($t \geq 0$, $\delta > 0$) とすれば、

$$\begin{aligned} i &= \frac{E}{\beta L} \frac{1}{\sqrt{(\alpha - \delta)^2 + \beta^2}} \left[(\beta \cos \varphi - \alpha \sin \varphi) e^{-\delta t} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \alpha \sin(\beta t + \varphi) - \beta \cos(\beta t + \varphi) \right\} e^{-\alpha t} \right] \\ &\quad - \frac{Q}{\beta CL} e^{-\alpha t} \sin \beta t, \end{aligned}$$

$$\left(\begin{matrix} t \geq 0, \quad \tan \varphi = \beta/(\alpha - \delta), \\ 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \quad (\alpha \geq \delta) \\ \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi, \quad (\alpha \leq \delta) \end{matrix} \right) \dots \dots \dots (V. 12)$$

が得られる。

(5) $R - \left\{ \begin{matrix} R_1 \\ L \end{matrix} \right\} - C$ 直列回路 (C の初期電荷 Q) (第 15 圖)



第 15 圖

解：微分方程式；

$$\left\{ \begin{array}{l} R + (CD)^{-1} \{ i + R_1 i_1 = E \\ R_1 i_1 - LD i_2 = 0 \\ i - i_1 - i_2 = 0 \end{array} \right\}, \quad (t \geq 0).$$

第一種初期條件；

$$\begin{aligned} C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li_2] &= 0, \\ C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1}i] &= Q/C. \end{aligned}$$

D-p 變換；

$$\left\{ \begin{array}{l} R + (Cp)^{-1} \{ i + R_1 i_1 = E - \frac{Q}{C} \\ R_1 i_1 - Lp i_2 = 0 \\ i - i_1 - i_2 = 0 \end{array} \right\}, \quad (t \geq 0).$$

よつて、(IV.9) 式により、

$$\begin{aligned} i &= \frac{Cp(Lp + R_1)}{CL(R + R_1)p^2 + (L + CRR_1)p + R_1} \left(E - \frac{Q}{C} \right) \\ &= \frac{E - Q/C}{\beta L} \frac{R_1}{R + R_1} \varepsilon^{-\alpha t} \left\{ \left(1 - \frac{L}{R_1} \alpha \right) \sin \beta t \right. \\ &\quad \left. + \frac{L}{R_1} \beta \cos \beta t \right\}, \quad (t \geq 0) \dots\dots\dots (V.13) \end{aligned}$$

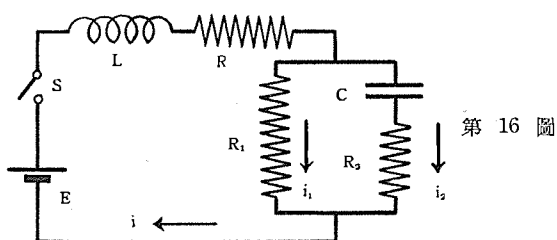
$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{CLp^2}{CL(R + R_1)p^2 + (L + CRR_1)p + R_1} \left(E - \frac{Q}{C} \right) \\ &= \frac{E - Q/C}{\beta(R + R_1)} \varepsilon^{-\alpha t} (\beta \cos \beta t - \alpha \sin \beta t), \quad (t \geq 0) \dots\dots\dots (V.14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{CR_1 p}{CL(R + R_1)p^2 + (L + CRR_1)p + R_1} \left(E - \frac{Q}{C} \right) \\ &= \frac{E - Q/C}{\beta L} \frac{R_1}{R + R_1} \varepsilon^{-\alpha t} \sin \beta t, \quad (t \geq 0) \dots\dots\dots (V.15) \end{aligned}$$

が得られる。但し、

$$\alpha \equiv \frac{L + CRR_1}{2CL(R + R_1)}, \quad \beta^2 \equiv \frac{R_1}{CL(R + R_1)} - \alpha^2 > 0 \text{ とする。}$$

(6) $L-R-\left\{ \begin{array}{l} C-R_2 \\ R_1 \end{array} \right\}$ 直列回路、(第 16 圖)



解：微分方程式；

$$\left\{ \begin{array}{l} (LD + R) i + R_1 i_1 = E \\ R_1 i_1 - \{ R_2 + (CD)^{-1} \} i_2 = 0 \\ i - i_1 - i_2 = 0 \end{array} \right\}, \quad (t \geq 0) \dots\dots\dots (V.16)$$

第一種初期條件；

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] = 0,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1}i_2] = 0.$$

D-p 變換；

$$\left\{ \begin{array}{l} (Lp + R) i + R_1 i_1 = E \\ R_1 i_1 - \{ R_2 + (Cp)^{-1} \} i_2 = 0 \\ i - i_1 - i_2 = 0 \end{array} \right\}, \quad (t \geq 0)$$

よつて、(IV.9) 式を用ひれば、

$$\begin{aligned} i &= \frac{E}{L} \frac{p + 1/C(R_1 + R_2)}{(p + \alpha)^2 + \beta^2} \cdot 1 \\ &= \frac{E}{L} \left\{ \frac{L}{R + R_1} + \frac{\varepsilon^{-\alpha t}}{\beta} \left[\left(1 - \frac{\alpha L}{R + R_1} \right) \sin \beta t \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\beta L}{R + R_1} \cos \beta t \right] \right\}, \quad (t \geq 0) \end{aligned}$$

なる結果が得られる。但し、

$$\alpha \equiv \frac{C(RR_1 + R_1R_2 + R_2R) + L}{2CL(R_1 + R_2)},$$

$$\beta^2 \equiv \frac{R + R_1}{CL(R_1 + R_2)} - \alpha^2 > 0$$

とする。又、前題と同様に i_1 及び i_2 をも容易に求め得るであらう。

尚、この回路は $t < 0$ に於ては受動回路であるから、電流 i のみを求める場合には、§ IV.1. に於て述べたる所に従ひ、微分方程式 (V.16) 式の代りに、

$$\left\{ LD + R + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + (CD)^{-1}} \right)^{-1} \right\} i = E, \quad (t \geq 0)$$

と書き、然る後、D-p 置換を施して、

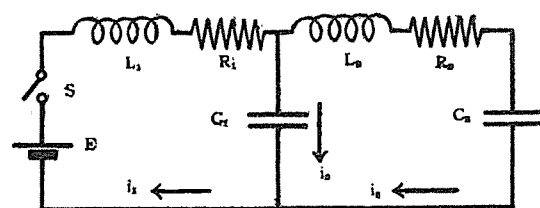
$$\left\{ Lp + R + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + (Cp)^{-1}} \right)^{-1} \right\} i = E, \quad (t \geq 0)$$

となし、これより

$$i = \left\{ Lp + R + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + (Cp)^{-1}} \right)^{-1} \right\}^{-1} E, \quad (t \geq 0)$$

としても差支へないのである。

(7) T-型 (受動) 回路の過渡現象 (第 17 圖)



第 17 圖

解：微分方程式に、D-p 置換を施したる關係式；

$$\left\{ \begin{array}{l} (L_1 p + R_1) i_1 + (C_1 p)^{-1} i_2 = E \\ (L_1 p + R_1) i_1 + \{ L_2 p + R_2 + (C_2 p)^{-1} \} i_3 = E \\ i_1 - i_2 - i_3 = 0 \end{array} \right\}, \quad (t \geq 0).$$

よつて、(IV.9) 式により、

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \frac{E}{L_1 L_2} \frac{L_2 p^3 + R_2 p^2 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)p}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)(p + \alpha_3)(p + \alpha_4)} \cdot 1 \\
 &= \frac{E}{L_1 L_2} \sum_{k=1}^4 A_k \frac{p}{p + \alpha_k} \cdot 1 \\
 &= \frac{E}{L_1 L_2} \sum_{k=1}^4 A_k \varepsilon^{-\alpha_k t}, \quad (t \geq 0).
 \end{aligned}$$

同様にして、

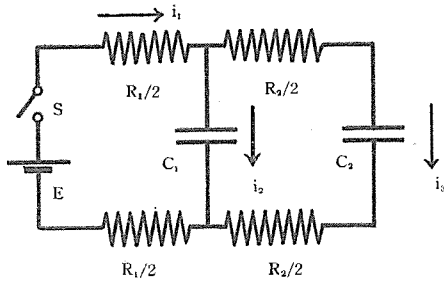
$$i_2 = \frac{E}{L_1 L_2} \sum_{k=1}^4 B_k \varepsilon^{-\alpha_k t}, \quad (\quad),$$

$$i_3 = \frac{E}{L_1 L_2} \sum_{k=1}^4 (A_k - B_k) \varepsilon^{-\alpha_k t}, \quad (\quad).$$

但し、 α_k ($k=1, 2, 3, 4$) は

$$\begin{aligned}
 \Delta(p) &\equiv \begin{vmatrix} L_1 p + R_1 & 1/C_1 p & 0 \\ L_1 p + R_1 & 0 & L_2 p + R_2 + 1/C_2 p \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \\
 &\equiv \frac{L_1 L_2}{p^2} (p + \alpha_1)(p + \alpha_2)(p + \alpha_3)(p + \alpha_4).
 \end{aligned}$$

なる関係にある常数である。



第 18 圖

特に、 $L_1 = L_2 = 0$ なる場合は、 i_1, i_2 及び i_3 は、第 18 圖の如き最も簡單なる Marx 回路（衝撃電壓發生回路）の充電電流を與へることとなるのであるが、此の時は簡単に計算出來て、

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \frac{E}{\beta R_1} \varepsilon^{-\alpha t} (\beta \cosh \beta t + \gamma \sinh \beta t), \quad (t \geq 0), \\
 i_2 &= \frac{E}{\beta R_1} \varepsilon^{-\alpha t} \left\{ \beta \cosh \beta t - \left(\alpha - \frac{1}{C_2 R_2} \right) \sinh \beta t \right\}, \\
 i_3 &= \frac{E}{\beta C_1 R_1 R_2} \varepsilon^{-\alpha t} \sinh \beta t,
 \end{aligned} \quad (\quad), \quad (\quad)$$

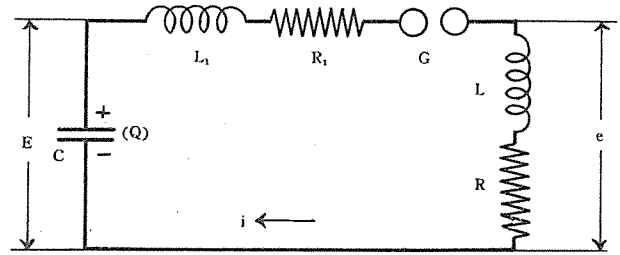
となる。但し、

$$\begin{aligned}
 \alpha &\equiv \frac{1}{2 R_1 R_2} \left(\frac{R_1 + R_2}{C_1} + \frac{R_1}{C_2} \right), \\
 \beta^2 &\equiv \alpha^2 - \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} > 0,
 \end{aligned}$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_1 R_2} - \frac{1}{C_1 R_1} - \frac{1}{C_2 R_2} \right)$$

とする。

(8) 衝撃電壓發生器の放電による、負荷 (L, R) の端子電壓 e 。(第 19 圖)



第 19 圖

解：微分方程式；

$$\begin{cases} L_1 D + R_1 + (CD)^{-1} i + e = 0 \\ (LD + R) i - e = 0 \end{cases}, \quad (t \geq 0).$$

第一種初期値；

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [L_1 i] = 0,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] = 0,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1} i] = -\frac{Q}{C} (= -E).$$

$D-p$ 變換；

$$\begin{cases} [L_1 p + R_1 + (Cp)^{-1}] i + e = E \\ (Lp + R) i - e = 0 \end{cases}, \quad (t \geq 0).$$

従つて、(IV.9) 式により、

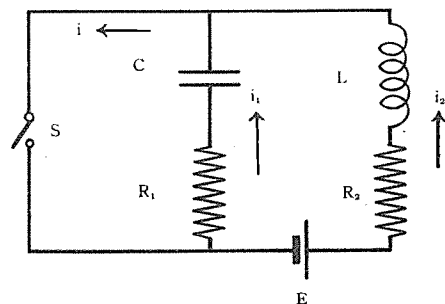
$$\begin{aligned}
 e &= \frac{EL}{L + L_1} \frac{p^2 + \frac{R}{L} p}{(p + \alpha)^2 - \beta^2} \cdot 1 \\
 &= \frac{EL \varepsilon^{-\alpha t}}{\beta (L + L_1)} \left\{ \beta \cosh \beta t + \left(\frac{R}{L} - \alpha \right) \sinh \beta t \right\}, \\
 &\quad (t \geq 0)
 \end{aligned}$$

となる。但し、

$$\alpha \equiv \frac{R + R_1}{2(L + L_1)}, \quad \beta^2 \equiv \alpha^2 - \frac{1}{C(L + L_1)} > 0$$

とする。

(9) 火花消去装置を有する接點開閉回路の閉成時に於ける過渡現象（第 20 圖）



第 20 圖

解：微分方程式；

$$\begin{cases} (LD + R_2) i_2 - (R_1 + (CD)^{-1}) i_1 = E \\ (R_1 + (CD)^{-1}) i_1 = 0 \\ i - i_2 - i_1 = 0 \end{cases}, \quad (t \geq 0)$$

第一種初期條件；

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li_2] = 0,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1} i_1] = -E.$$

$D-p$ 變換 ;

$$\left. \begin{aligned} (Lp+R_2)i_2 - (R_1+(Cp)^{-1})i_1 &= 0 \\ (R_1+(Cp)^{-1})i_1 &= E \\ i - i_2 - i_1 &= 0 \end{aligned} \right\} (t \geq +0)$$

よつて、

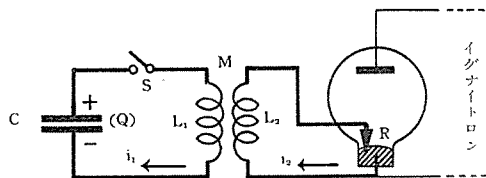
$$i_1 = \frac{E}{R_1} \frac{p}{p + \frac{1}{CR_1}} \cdot 1$$

$$= \frac{E}{R_1} \varepsilon^{-\frac{t}{CR_1}}, \quad (t \geq +0)$$

$$i_2 = \frac{E}{L} \frac{1}{p + \frac{R_2}{L}}$$

$$= \frac{E}{R_2} \left(1 - \varepsilon^{-\frac{R_2}{L}t} \right), \quad (t \geq +0).$$

(10) イグナイトロンの點弧回路：蓄電器 C を豫め充電しておき、後 S を閉じて放電せしむる。此の例題に關してはすでに第 I 篇の冒頭に於て簡単に論じたる所である。(第 21 圖)



第 21 圖

解：微分方程式；

$$\left\{ \begin{aligned} L_1 D + (CD)^{-1} i_1 + M D i_2 &= 0 \\ M D i_1 + (L_2 D + R) i_2 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq +0).$$

第一種初期條件；

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [L_1 i_1] = 0, \quad C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [M i_1] = 0,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [L_2 i_2] = 0, \quad C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [M i_2] = 0,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1} i_1] = -\frac{Q}{C}.$$

$D-p$ 變換；

$$\left\{ \begin{aligned} L_1 p + (Cp)^{-1} i_1 + M p i_2 &= \frac{Q}{C} \\ M p i_1 + (L_2 p + R) i_2 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq +0)$$

よつて、(IV.9) 式により、

$$i_1 = \frac{Q}{C} \frac{L_2 p^2 + R p}{(L_1 L_2 - M^2) p^3 + L_1 R p^2 + \frac{L_2}{C} p + \frac{R}{C}} \cdot 1$$

$$i_2 = -\frac{Q}{C} \frac{M p^2}{(L_1 L_2 - M^2) p^3 + L_1 R p^2 + \frac{L_2}{C} p + \frac{R}{C}} \cdot 1$$

$$(t \geq +0)$$

となるが、

(i) $L_1 L_2 - M^2 = 0$ 即ち $M = -\sqrt{L_1 L_2}$ の場合は、

$$i_1 = \frac{Q}{CR} \frac{L_2}{L_1} \frac{p^2 + \frac{R}{L_2} p}{(p + \alpha)^2 - \beta^2} \cdot 1$$

$$= \frac{Q}{\beta CR} \frac{L_2}{L_1} \varepsilon^{-\alpha t} \left\{ \beta \cosh \beta t + \left(\frac{R}{L_2} - \alpha \right) \sinh \beta t \right\},$$

$$(t \geq +0)$$

$$i_2 = \frac{Q}{\beta CR} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \varepsilon^{-\alpha t} \left(\beta \cosh \beta t - \alpha \sinh \beta t \right),$$

$$(t \geq +0)$$

の如くなり、(但し $\alpha \equiv L_2/2CRL_1$, $\beta^2 \equiv \alpha^2 - \frac{1}{CL_1} > 0$ とする)

(ii) $L_1 L_2 - M^2 \neq 0$ の場合は、

$$i_1 = \frac{Q}{C} \frac{L_2}{L_1 L_2 - M^2} \frac{p + \frac{R}{L_2}}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)(p + \alpha_3)} p \cdot 1$$

$$= \frac{Q}{C} \frac{L_2}{L_1 L_2 - M^2} \sum_{k=1}^3 A_k \varepsilon^{-\alpha_k t}, \quad (t \geq +0),$$

$$i_2 = -\frac{Q}{C} \frac{M}{L_1 L_2 - M^2} \frac{p}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)(p + \alpha_3)} p \cdot 1$$

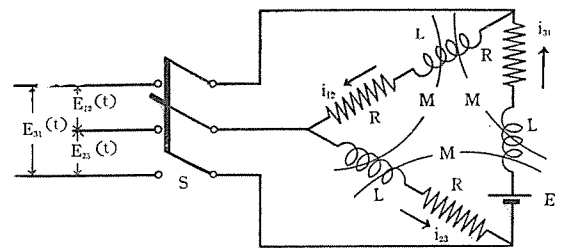
$$= -\frac{Q}{C} \frac{M}{L_1 L_2 - M^2} \sum_{k=1}^3 B_k \varepsilon^{-\alpha_k t}, \quad (t \geq +0)$$

の如くなる。茲に α_1, α_2 及び α_3 は

$$x^3 + \frac{L_1 R}{L_1 L_2 - M^2} x^2 + \frac{L_2}{C(L_1 L_2 - M^2)} x + \frac{R}{C(L_1 L_2 - M^2)} = 0$$

の三根である。尤も實際の點弧回路としては、(i) の場合を利用するのである。

(11) $L-R-M$ 對稱三角回路⁽⁵⁾——初期電流 $E/3R$ が存在してゐるものとする。(第 22 圖)



第 22 圖

解：微分方程式；

$$\left\{ \begin{aligned} (LD+R) i_{12} + MD(i_{23} + i_{32}) &= E_{12}(t) \\ (LD+R) i_{23} + MD(i_{31} + i_{12}) &= E_{23}(t) \\ (LD+R) i_{31} + MD(i_{12} + i_{23}) &= E_{31}(t) + E \\ E_{12}(t) + E_{23}(t) + E_{31}(t) &= 0 \end{aligned} \right\},$$

$$(t \geq +0).$$

第一種初期條件；

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li_{12}] = C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li_{23}] = C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li_{31}]$$

$$= \frac{L}{3R_1} E,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Mi_{12}] = C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Mi_{23}] = C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Mi_{31}] \\ = \frac{M}{3R} E.$$

D-p 變換 ;

$$\left. \begin{aligned} (Lp+R)i_{12} + Mpi_{23} + Mpi_{31} &= E_{12}(t) \\ &+ \frac{E}{3R}(L+2M)p \cdot 1 \\ Mpi_{12} + (Lp+R)i_{23} + Mpi_{31} &= E_{23}(t) \\ &+ \frac{E}{3R}(L+2M)p \cdot 1 \\ Mpi_{12} + Mpi_{23} + (Lp+R)i_{31} &= E_{31}(t) \\ &+ E + \frac{E}{3R}(L+2M)p \cdot 1 \end{aligned} \right\} (t \geq +0) \cdots \cdots (V.17).$$

(V.17) 式より i_{12} , i_{23} 及び i_{31} を求むるには、(IV.9) 式を直接利用するよりも、次の如くする方が簡単である。

(V.17) 式の三式を邊々相加へ、 $E_{12}(t) + E_{23}(t) + E_{31}(t) = 0$ を考慮すれば、

$$\{(L+2M)p + R\}(i_{12} + i_{23} + i_{31}) = E + \frac{L+2M}{R} Ep \cdot 1.$$

よつて、

$$i_{12} + i_{23} + i_{31} = \frac{E}{R} \quad (t \geq +0).$$

これより

$$i_{23} + i_{31} = \frac{E}{R} - i_{12}$$

としてこれを (V.17) 式の初めの式に代入すれば、

$$\{(L-M)p + R\}i_{12} = E_{12}(t) + \frac{L-M}{3R} Ep \cdot 1.$$

よつて、

$$\begin{aligned} i_{12} &= \frac{1}{(L-M)p + R} \left\{ E_{12}(t) + \frac{L-M}{3R} Ep \cdot 1 \right\} \\ &= \frac{1}{R} \left\{ \alpha \varepsilon^{-at} \int_{+0}^t E_{12}(t) \varepsilon^{at} dt + \frac{E}{3} \varepsilon^{-at} \right\}, \\ &\quad \begin{cases} (t \geq +0) \\ (L \neq M), \\ (t \geq +0) \\ (L = M) \end{cases} \\ &= \frac{1}{R} E_{12}(t), \end{aligned}$$

を得る。同様にして、

$$\begin{aligned} i_{23} &= \frac{1}{R} \left\{ \alpha \varepsilon^{-at} \int_{+0}^t E_{21}(t) \varepsilon^{at} dt + \frac{E}{3} \varepsilon^{-at} \right\}, \\ &\quad \begin{cases} (t \geq +0), \\ (L \neq M), \\ (t \geq +0), \\ (L = M) \end{cases} \\ &= \frac{1}{R} E_{23}(t), \end{aligned}$$

及び

$$\begin{aligned} i_{31} &= \frac{1}{R} \left\{ \alpha \varepsilon^{-at} \int_{+0}^t E_{31}(t) \varepsilon^{at} dt + \frac{E}{3} (3 - 2\varepsilon^{-at}) \right\}, \\ &\quad \begin{cases} (t \geq +0), \\ (L \neq M), \\ (t \geq +0), \\ (L = M) \end{cases} \\ &= \frac{1}{R} (E_{31}(t) + E), \end{aligned}$$

が求められる。こゝに $\alpha \equiv R/(L-M)$ である。

特に、 $L \neq M$ で、

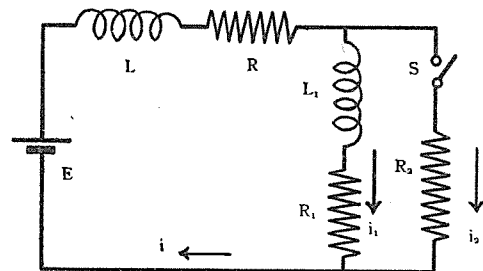
$$\left. \begin{aligned} E_{12}(t) &= E_{12} \sin(\omega t + \theta_{12}) \\ E_{23}(t) &= E_{23} \sin(\omega t + \theta_{23}) \\ E_{31}(t) &= E_{31} \sin(\omega t + \theta_{31}) \end{aligned} \right\} (t \geq +0)$$

なる場合は、夫々上式の積分を実行すれば、

$$\begin{aligned} i_{12} &= \frac{1}{R} \left\{ \frac{\alpha E_{12}}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \left[\sin(\omega t + \theta_{12} - \varphi) - \varepsilon^{-at} \sin(\theta_{12} - \varphi) \right] + \frac{E}{3} \varepsilon^{-at} \right\}, (t \geq +0), \\ i_{23} &= \frac{1}{R} \left\{ \frac{\alpha E_{23}}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \left[\sin(\omega t + \theta_{23} - \varphi) - \varepsilon^{-at} \sin(\theta_{23} - \varphi) \right] + \frac{E}{3} \varepsilon^{-at} \right\}, (t \geq +0), \\ i_{31} &= \frac{1}{R} \left\{ \frac{\alpha E_{31}}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \left[\sin(\omega t + \theta_{31} - \varphi) - \varepsilon^{-at} \sin(\theta_{31} - \varphi) \right] + \frac{E}{3} (3 - 2\varepsilon^{-at}) \right\}, (t \geq +0), \end{aligned}$$

の如き結果が得られる。但し、 $\tan \varphi = \frac{\omega(L-M)}{R} > 0$ とする。

(12) 定常電流の存在する回路の一部の電流を分流せしむる時の過渡現象 (第 23 圖)



第 23 圖

解：微分方程式；

$$\left. \begin{aligned} (LD+R)i + (L_1D+R_1)i_1 &= E \\ (LD+R)i + R_2i_2 &= E \\ i - i_1 - i_2 &= 0 \end{aligned} \right\} (t \geq +0).$$

第一種初期條件；

$$\begin{aligned} C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] &= -\frac{L}{R+R_1} E, \\ C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [L_1i_1] &= -\frac{L_1}{R+R_1} E. \end{aligned}$$

D-p 變換；

$$\left. \begin{aligned} (Lp+R)i + (L_1p+R_1)i_1 &= E + \frac{L+L_1}{R+R_1} Ep \cdot 1 \\ (Lp+R)i + R_2i_2 &= E + \frac{L}{R+R_1} Ep \cdot 1 \\ i - i_1 - i_2 &= 0 \end{aligned} \right\} (t \geq +0).$$

よつて、(IV.9) 式により、

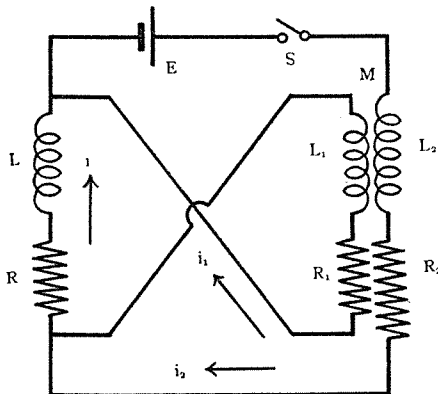
$$\begin{aligned}
i &= \frac{E}{R+R_1} \frac{1}{(p+\alpha)^2 - \beta^2} \left\{ p^2 + \left(2\alpha + \frac{R_1}{L} \right) p \right. \\
&\quad \left. + \frac{(R+R_1)(R_1+R_2)}{LL_1} \right\} \cdot 1 = \frac{R_1+R_2}{RR_1+R_1R_2+R_2R} E \\
&\quad + \frac{R_1 E}{2\beta(R+R_1)(RR_1+R_1R_2+R_2R)} \varepsilon^{-at} \\
&\quad \cdot \left\{ \left(\frac{RR_1+R_1R_2+2R_2R}{L} - \frac{R_1(R_1+R_2)}{L_1} \right) \sinh \beta t \right. \\
&\quad \left. - 2\beta R_1 \cosh \beta t \right\}, \quad (t \geq 0), \\
i_1 &= \frac{E}{R+R_1} \frac{1}{(p+\alpha)^2 - \beta^2} \left\{ p^2 + \left(2\alpha - \frac{R_1}{L_1} \right) p \right. \\
&\quad \left. + \frac{R_2(R+R_1)}{LL_1} \right\} \cdot 1 = \frac{R_2}{RR_1+R_1R_2+R_2R} E \\
&\quad + \frac{R_1 E}{2\beta(R+R_1)(RR_1+R_1R_2+R_2R)} \varepsilon^{-at} \\
&\quad \cdot \left\{ 2\beta R \cosh \beta t - \left(\frac{RR_1+2R_1R_2+R_2R}{L_1} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{R(R+R_2)}{L} \right) \sinh \beta t \right\}, \quad (t \geq 0), \\
i_2 &= i - i_1 \\
&= \frac{R_1}{RR_1+R_1R_2+R_2R} E \\
&\quad + \frac{R_1 E}{2\beta(R+R_1)(RR_1+R_1R_2+R_2R)} \varepsilon^{-at} \\
&\quad \cdot \left\{ \left[(RR_1+R_1R_2+R_2R) \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{L_1} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left(\frac{R^2}{L} + \frac{R_1^2}{L_1} \right) \right] \sinh \beta t - 2\beta(R+R_1) \cosh \beta t \right\}, \\
&\quad (t \geq 0)
\end{aligned}$$

を得る。こゝに、

$$\begin{aligned}
\alpha &\equiv \frac{1}{2LL_1} \left\{ R_1L + R_2(L+L_1) + RL_1 \right\}, \\
\beta &\equiv \frac{1}{2LL_1} \sqrt{\left\{ R_1L + R_2(L-L_1) - RL_1 \right\}^2 + 4LL_1R_2^2}
\end{aligned}$$

である。

(13) 第24圖に示す如き回路に於て S を閉ぢたる後に於ける各分枝の電流を求む。



第 24 圖

微分方程式；

$$\begin{cases} (LD+R)i + MDi_1 + (L_2D+R_2)i_2 = E \\ (LD+R)i - (L_1D+R_1)i_1 - MDi_2 = 0 \\ i + i_1 - i_2 = 0 \end{cases}, \quad (t \geq 0).$$

第一種初期條件；

$$\begin{cases} C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} \begin{bmatrix} Li \end{bmatrix} = 0, \\ C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} \begin{bmatrix} L_k i_k \end{bmatrix} = 0, \quad (k=1, 2), \\ C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} \begin{bmatrix} M i_k \end{bmatrix} = 0, \quad (k=1, 2). \end{cases}$$

$D-p$ 變換；

$$\begin{cases} (Lp+R)i + Mpi_1 + (L_2p+R_2)i_2 = E \\ (Lp+R)i - (L_1p+R_1)i_1 - Mpi_2 = 0 \\ i + i_1 - i_2 = 0 \end{cases}, \quad (t \geq 0).$$

よつて (IV.9) 式により、

$$\begin{aligned}
i &= \frac{E}{(L+L_1)(L+L_2)-(L-M)^2} \frac{(L_1+M)p+R_1}{(p+\alpha)^2 - \beta^2} \cdot 1 \\
&= \frac{R_1 E}{RR_1+R_1R_2+R_2R} - \frac{E \varepsilon^{-at}}{2\beta(RR_1+R_1R_2+R_2R)} \\
&\quad \cdot \left\{ \frac{(R+R_1)(L_2R_1-L_1R_2-2MR_2) + (R_1+R_2)(L_1R-LR_1)}{(L+L_1)(L+L_2)-(L-M)^2} \right. \\
&\quad \left. \cdot \sinh \beta t + 2\beta R_1 \cosh \beta t \right\}, \quad (t \geq 0) \\
i_1 &= \frac{E}{(L+L_1)(L+L_2)-(L-M)^2} \frac{(L-M)p+R}{(p+\alpha)^2 - \beta^2} \cdot 1 \\
&= \frac{RE}{RR_1+R_1R_2+R_2R} + \frac{E \varepsilon^{-at}}{2\beta(RR_1+R_1R_2+R_2R)} \\
&\quad \cdot \left\{ \frac{(R+R_2)[LR_1-L_1R-M(R+R_1)]}{(L+L_1)(L+L_2)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(R+R_1)[LR_2-L_2R-M(R+R_2)]}{-(L-M)^2} \cdot \sinh \beta t \right. \\
&\quad \left. - 2\beta R \cosh \beta t \right\}, \quad (t \geq 0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_2 &= \frac{E}{(L+L_1)(L+L_2)-(L-M)^2} \frac{(L+L_1)p+R+R_1}{(p+\alpha)^2 - \beta^2} \cdot 1 \\
&= \frac{(R+R_1)E}{RR_1+R_1R_2+R_2R} + \frac{E \varepsilon^{-at}}{2\beta(RR_1+R_1R_2+R_2R)} \\
&\quad \cdot \left\{ \frac{(R+R_1)[(L_2R-LR_2) + (L_2R_1-L_1R_2) + 2MR] + (R-R_1)(L_1R-LR_1)}{(L+L_1)(L+L_2)} \right. \\
&\quad \left. \sinh \beta t - 2\beta(R+R_1) \cosh \beta t \right\}, \quad (t \geq 0)
\end{aligned}$$

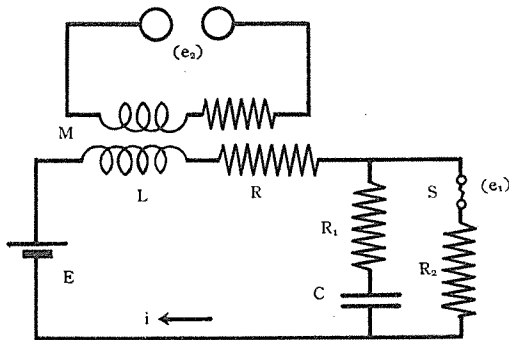
を得る。但し、

$$\begin{aligned}
\alpha &\equiv \frac{L(R_1+R_2)+L_1(R_2+R)+L_2(R+R_1)+2MR}{2\{(L+L_1)(L+L_2)-(L-M)^2\}}, \\
\beta^2 &\equiv \alpha^2 - \frac{RR_1+R_1R_2+R_2R}{(L+L_1)(L+L_2)-(L-M)^2} > 0
\end{aligned}$$

とする。

§ V. 2. 回路の一部を遮断する場合

(1) Ignition Coil. Ignition Coil の回路が第 25 圖を以て代表し得る場合に、一次電流 $E/(R+R_2)$ を S に於て瞬時的に遮断したとする時、 S の両端子間及び二次回路の空隙 G に現はるゝ電圧 e_1 及び e_2 の値如何。



第 25 圖

解：微分方程式；

$$\left. \begin{aligned} (LD+R)i + e_1 &= E \\ \{R_1 + (CD)^{-1}\}i - e_1 &= 0 \\ MDi - e_2 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq 0).$$

第一種初期條件；

$$\begin{aligned} C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] &= \frac{L}{R+R_2} E, \\ C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Mi] &= \frac{M}{R+R_2} E, \\ C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1}i] &= \frac{R_2}{R+R_2} E. \end{aligned}$$

$D-p$ 變換；

$$\left. \begin{aligned} (Lp+R)i + e_1 &= E + \frac{L}{R+R_2} Ep \cdot 1 \\ \{R_1 + (Cp)^{-1}\}i - e_1 &= -\frac{R_2}{R+R_2} E \\ Mpi - e_2 &= \frac{M}{R+R_2} Ep \cdot 1 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq 0)$$

よつて、(IV.9) 式により、

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{E}{R+R_2} \frac{1}{(p+\alpha)^2 + \beta^2} \cdot \\ &\cdot \left\{ (R_1+R_2)p^2 + \left(\frac{RR_1+R_1R_2+R_2R}{L} + \frac{1}{C} \right) p + \frac{R+R_2}{CL} \right\} \cdot 1 \\ &= E + \frac{E}{\beta(R+R_2)} \epsilon^{-at} \left\{ \left[L(\beta^2 - \alpha^2) + \frac{RR_1}{L} \right] \sin \beta t \right. \\ &\quad \left. - \beta(R-R_1) \cos \beta t \right\}, \quad (t \geq 0), \end{aligned}$$

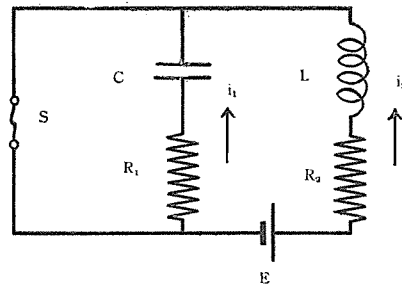
$$\begin{aligned} e_2 &= \frac{ME}{L(R+R_2)} \frac{R_1 p^2 + \frac{1}{C} p}{(p+\alpha)^2 + \beta^2} \cdot 1 \\ &= \frac{ME}{\beta L(R+R_2)} \epsilon^{-at} \left\{ \left(\frac{1}{C} - \beta R_1 \right) \sin \beta t \right. \\ &\quad \left. + \beta R_1 \cos \beta t \right\}, \quad (t \geq 0) \end{aligned}$$

を得る。但し、

$$\alpha \equiv \frac{R+R_2}{2L}, \quad \beta^2 \equiv \frac{1}{CL} - \alpha^2 > 0$$

とする。

(2) 火花消去装置を有する接点开閉回路の開放時に於ける過渡現象(第 26 圖)。此の回路は第 25 圖に於て $R_2 = 0$ とした時の一次側回路と全く同一である。



第 26 圖

解：微分方程式；

$$\left. \begin{aligned} (LD+R_2)i_2 - (R_1 + (CD)^{-1})i_1 &= E \\ i_2 + i_1 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq 0)$$

第一種初期條件；

$$\begin{aligned} C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li_2] &= L \frac{E}{R_2}, \\ C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1}i_1] &= 0. \end{aligned}$$

$D-p$ 變換；

$$\left. \begin{aligned} (Lp+R_2)i_2 - (R_1 + (Cp)^{-1})i_1 &= E + L \frac{E}{R_2} p \cdot 1 \\ i_2 + i_1 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq 0)$$

よつて、

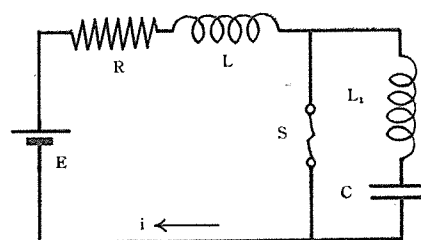
$$\begin{aligned} i_2 &= -i_1 \\ &= -\frac{E}{L} \left\{ (p+\alpha)^2 + \beta^2 \right\}^{-1} \left(p + \frac{L}{R_2} p^2 \right) \cdot 1 \\ &= \frac{E}{2\beta L} \epsilon^{-at} \left\{ \left(1 - \frac{R_1}{R_2} \right) \sin \beta t + \frac{2L}{R_2} \beta \cos \beta t \right\}, \quad (t \geq 0) \end{aligned}$$

を得る。こゝに

$$\alpha \equiv \frac{R_1+R_2}{2L}, \quad \beta^2 \equiv \frac{1}{CL} - \alpha^2 > 0$$

とする。

(3) 第 27 圖に示す回路の一部 L, R, S に定常電流 E/R が存在する。これを S に於て瞬時的に遮断したる後の回路電流を求む。



第 27 圖

解: 微分方程式;

$$\{(L+L_1)D+R+(CD)^{-1}\}i=E, \quad (t \geq +0).$$

第一種初期條件;

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] = \frac{L}{R} E,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] = 0,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1}i] = 0.$$

$D-p$ 變換;

$$\{(L+L_1)p+R+(Cp)^{-1}\}i=E+\frac{L}{R}Ep \cdot 1, \quad (t \geq +0).$$

よつて

$$i = \frac{E}{R} \frac{1}{L+L_1} \frac{Lp^2+Rp}{(p+\alpha)^2+\beta^2} \cdot 1 \\ = \frac{E}{\beta R(L+L_1)} \varepsilon^{-\alpha t} \left\{ \frac{L+2L_1}{2(L+L_1)} R \sin \beta t \right. \\ \left. + \beta L \cos \beta t \right\}, \quad (t \geq +0)$$

を得る。但し、

$$\alpha \equiv \frac{R}{2(L+L_1)}, \quad \beta^2 \equiv \frac{1}{C(L+L_1)} - \alpha^2 > 0$$

とする。

さて、 S を遮断後のその兩端子間の電壓 e は、

$$e = E - (LD+R)i \\ = E \left\{ 1 + \frac{A}{\beta(L+L_1)^2} \varepsilon^{-\alpha t} \sin(\beta t - \varphi) \right\}, \quad (t \geq +0)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{L_1^2}{C} \left(\frac{L^2}{CR^2} + 2L_1 \right) + R^2 L_1^2}, \\ \tan \varphi &= \beta L(L+2L_1) \left/ \left\{ \frac{L^2}{CR} - \frac{R(L^2+2LL_1+2L_1^2)}{2(L+L_1)} \right\} \right., \\ 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \quad &\left(\frac{L^2}{CR} \geq \frac{R(L^2+2LL_1+2L_1^2)}{2(L+L_1)} \right), \\ \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi, \quad &\left(\frac{L^2}{CR} \leq \frac{R(L^2+2LL_1+2L_1^2)}{2(L+L_1)} \right) \end{aligned} \right\}$$

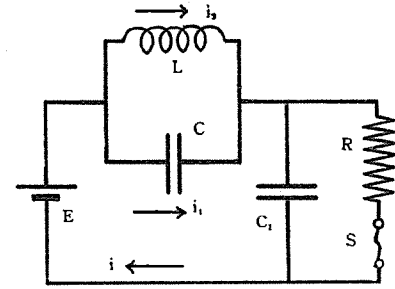
となるが、 $i(-0)=E/R$ と $i(+0)=LE/R(L+L_1)$ とは不連続であるから、 $e(-0)$ より $e(+0)$ への變化は衝撃函數的である。換言すれば、若し、極めて短い時間 Δt の間に S を遮断したりとすれば、回路電流は連続ではあるがその變化極めて急峻であつて、その結果 L 又は L_1 の兩端子間に現はるゝ電壓の絶對値は極めて大であることとなる。而してその程度は、 Δt の小なる程著しく、 $\Delta t \rightarrow 0$ なる極限に於て衝撃函數的となるのである。従つてかゝる場合の解法として、前題の如くに微分方程式を

$$\left\{ \begin{aligned} (LD+R)i+e &= E \\ \{L_1D+(CD)^{-1}\}i-e &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq +0)$$

とし、これに $D-p$ 變換を施して直接 e を求めることの出来ないことは §.IV.5. に於て述べたる通りである。

(4) L, R, S に存在する定常電流 E/R を S に於て遮断したる後の電流分布 (第 28 圖)

解: 微分方程式;



第 28 圖

$$\left\{ \begin{aligned} (C_1D)^{-1}i + LDi_2 &= E \\ (C_1D)^{-1}i + (CD)^{-1}i_1 &= E \\ i - i_1 - i_2 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq +0).$$

第一種初期條件;

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li_2] = \frac{L}{R} E,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1}i_1] = 0,$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(C_1D)^{-1}i] = E.$$

$D-p$ 變換;

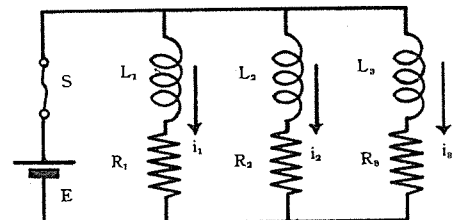
$$\left\{ \begin{aligned} (C_1p)^{-1}i + Lpi_2 &= E - E + \frac{L}{R}Ep \cdot 1 \\ (C_1p)^{-1}i + (Cp)^{-1}i_1 &= 0 \\ i - i_1 - i_2 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq +0).$$

よつて、(IV.9) 式により、

$$i = \frac{C_1E}{R(C+C_1)} \frac{p^2}{p^2+\beta^2} \cdot 1, \quad \left(\beta \equiv \frac{1}{\sqrt{(C+C_1)L}} \right) \\ = \frac{C_1E}{R(C+C_1)} \cos \frac{t}{\sqrt{(C+C_1)L}}, \quad (t \geq +0), \\ i_1 = -\frac{CE}{R(C+C_1)} \cos \frac{t}{\sqrt{(C+C_1)L}}, \quad ("), \\ i_2 = i - i_1 = \frac{E}{R} \cos \frac{t}{\sqrt{(C+C_1)L}}, \quad (")$$

が得られる。

(5) 第 29 圖の如き、定常電流 E/R ($1/R = \sum_{k=1}^3 1/R_k$) の存在する回路を S に於て遮断したる後の電流分布。(6)



第 29 圖

解: 微分方程式;

$$\left\{ \begin{aligned} (L_1D+R_1)i_1 - (L_2D+R_2)i_2 &= 0 \\ (L_1D+R_1)i_1 - (L_3D+R_3)i_3 &= 0 \\ i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \end{aligned} \right\},$$

$$(t \geq +0).$$

第一種初期條件；

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [L_k i] = \frac{L_k}{R_k} E, \quad (k=1, 2, 3).$$

$D-p$ 變換；

$$\left. \begin{aligned} (L_1 p + R_1) i_1 - (L_2 p + R_2) i_2 &= \left(\frac{L_1}{R_1} - \frac{L_2}{R_2} \right) E p \cdot 1 \\ (L_1 p + R_1) i_1 - (L_3 p + R_3) i_3 &= \left(\frac{L_1}{R_1} - \frac{L_3}{R_3} \right) E p \cdot 1 \\ i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq 0).$$

よつて、(IV.9) 式により、

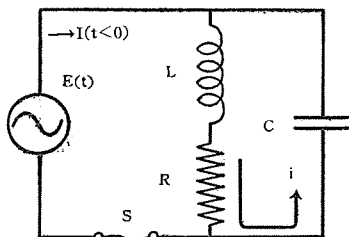
$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{E}{L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1} \frac{1}{(p + \alpha)^2 - \beta^2} \cdot \\ &\cdot \left\{ \left[\frac{L_1}{R_1} (L_2 + L_3) - \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) L_2 L_3 \right] p^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{L_1}{R_1} (R_2 + R_3) - \left(\frac{L_2}{R_2} R_3 + \frac{L_3}{R_3} R_2 \right) \right] p \right\} \cdot 1 \\ &= \frac{E e^{-\alpha t}}{\beta (L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)} \left\{ \beta \left[\frac{L_1}{R_1} (L_2 + L_3) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) L_2 L_3 \right] \cosh \beta t \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{L_1}{R_1} (R_2 + R_3 - \alpha (L_2 + L_3)) - \frac{L_2}{R_2} (R_3 - \alpha L_3) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{L_3}{R_3} (R_2 - \alpha L_2) \right] \sinh \beta t \right\}, \\ &\quad (t \geq 0) \cdots (V.18) \end{aligned}$$

が得られる。茲に

$$\begin{aligned} \alpha &\equiv \frac{R_1(L_2 + L_3) + R_2(L_3 + L_1) + R_3(L_1 + L_2)}{2(L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1)}, \\ \beta^2 &\equiv \alpha^2 - \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1} > 0 \end{aligned}$$

である。尚 i_2 及び i_3 は、(V.18) 式の右邊に於ける指標 1, 2 及び 3 を夫々輪番に交換してこれを求めることが出来る。

(6) 第 30 圖の回路に於て、定常電流 $I = I_0 \sin \omega t$ を、 $I=0$ なる瞬間に S に於て遮斷した時、 S の兩端に現はるゝ再起電壓を求む。



第 30 圖

解： 第 III 章 (1) に於て述べたる所により、此の問題に於ては、 L, R, C を環流する電流に就て微分方程式を樹立することが出来る。即ち

$$\left. \begin{aligned} \{LD + R + (CD)^{-1}\} i &= 0 \\ (LD + R) i + e &= E(t) \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq 0).$$

第一種初期條件；

$$\begin{aligned} C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] &= -I_0 Z \frac{\omega}{\sqrt{4\alpha^2 + \omega^2}} \cdot \\ &\cdot \frac{2\alpha}{\sqrt{\{\alpha^2 + (\beta + \omega)^2\} \{\alpha^2 + (\beta - \omega)^2\}}}, \\ C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1} i] &= -I_0 Z \frac{\omega}{\sqrt{4\alpha^2 + \omega^2}} \cdot \\ &\cdot \frac{\beta^2 - 3\alpha^2 - \omega^2}{\sqrt{\{\alpha^2 + (\beta + \omega)^2\} \{\alpha^2 + (\beta - \omega)^2\}}}. \end{aligned}$$

茲に、

$$\begin{aligned} Z &\equiv \frac{1}{C} \frac{1/\sqrt{4\alpha^2 + \omega^2}}{\sqrt{\{\alpha^2 + (\beta + \omega)^2\} \{\alpha^2 + (\beta - \omega)^2\}}}, \\ \alpha &\equiv R/2L, \quad \beta^2 \equiv \frac{1}{CL} - \alpha^2 > 0 \end{aligned}$$

とする。

$D-p$ 變換；

$$\left. \begin{aligned} \{Lp + R + (Cp)^{-1}\} i &= p C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] \\ &\quad - C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1} i] \\ (Lp + R) i + e &= E(t) + p C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li] \end{aligned} \right\}, \quad (t \geq 0).$$

よつて、(IV.9) 式により、

$$\begin{aligned} e &= E(t) + \frac{C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [Li]}{CL} \frac{p}{(p + \alpha)^2 + \beta^2} \cdot 1 \\ &\quad + C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [(CD)^{-1} i] \frac{p(p + 2\alpha)}{(p + \alpha)^2 + \beta^2} \cdot 1 \\ &= E(t) - \frac{\omega I_0}{\beta C \sqrt{CL} \sqrt{\{\alpha^2 + (\beta + \omega)^2\} \{\alpha^2 + (\beta - \omega)^2\}}} \cdot \\ &\quad \cdot e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi), \quad (t \geq 0) \end{aligned}$$

が得られる。茲に、

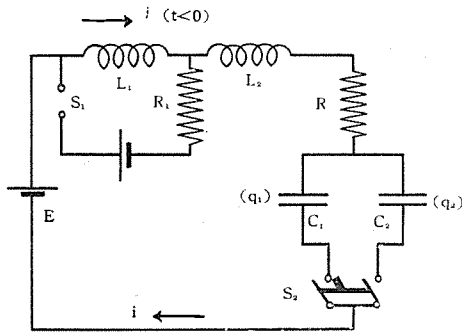
$$\begin{aligned} \tan \varphi &\equiv -\frac{\beta}{\alpha} \frac{\beta^2 - 3\alpha^2 - \omega^2}{3\beta^2 - \alpha^2 - \omega^2}, \\ \left(\begin{aligned} -\pi \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{2}, & \quad \omega^2 \geq 3\beta^2 - \alpha^2, \\ -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0, & \quad 3\beta^2 - \alpha^2 \geq \omega^2 \geq \beta^2 - 3\alpha^2, \\ 0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}, & \quad \beta^2 - 3\alpha^2 \geq \omega^2 \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

である。

§ V.3. 回路の一部を接続又は短絡し、他の部分を遮斷する場合

(1) 第 31 圖に示す如く、 $t < 0$ に於て回路 $L_1 R_1 S_1$ に定常電流 I_1 が存在しており、蓄電器 C_1 には電荷 Q_1 、 C_2 には電荷 Q_2 が充電されてゐるものとする。今 $t=0$ なる瞬間、 S_2 を閉じ、 S_1 を遮斷したとする時、 $t > 0$ に於て回路 $L_1 R L_2 C E$ を流るゝ電流如何。

解： 微分方程式；



第 31 圖

$$\left\{ \begin{aligned} (L_1 + L_2)D + R \} i + \frac{1}{C_1} q_1 &= E \\ (L_1 + L_2)D + R \} i + \frac{1}{C_2} q_2 &= E \\ i - D(q_1 + q_2) &= 0 \end{aligned} \right\}, (t \geq +0).$$

第一種初期條件 ;

$$C \left(\begin{smallmatrix} -0 \\ t \end{smallmatrix} \right) [L_1 i] = L_1 I_1,$$

$$C \left(\begin{smallmatrix} -0 \\ t \end{smallmatrix} \right) [q_1] = Q_1,$$

$$C \left(\begin{smallmatrix} -0 \\ t \end{smallmatrix} \right) [q_2] = Q_2.$$

 $D-p$ 變換 ;

$$\left\{ \begin{aligned} (Lp + R)i + \frac{1}{C_1} q_1 &= E + L_1 I_1 p \cdot 1 \\ (Lp + R)i + \frac{1}{C_2} q_2 &= E + L_1 I_1 p \cdot 1 \\ i - pq_1 - pq_2 &= -Qp \cdot 1 \end{aligned} \right\}, (t \geq +0)$$

但し、

$$L \equiv L_1 + L_2, \quad Q \equiv Q_1 + Q_2.$$

よつて、(IV.9) 式により、

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{L} \frac{p}{(p+\alpha)^2 + \beta^2} \left\{ \left(E - \frac{Q}{C} \right) + L_1 I_1 p \right\} \cdot 1 \\ &= \frac{\varepsilon^{-\alpha t}}{\beta L} \left\{ \left(E - \frac{Q}{C} - \alpha L_1 I_1 \right) \sin \beta t + \beta L_1 I_1 \cos \beta t \right\}, \\ &\quad (t \geq +0) \end{aligned}$$

が得られる。茲に

$$C \equiv C_1 + C_2, \quad \alpha \equiv R/2L, \quad \beta^2 \equiv \frac{1}{CL} - \alpha^2 > 0$$

とする。

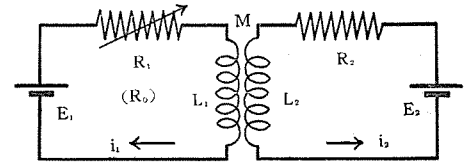
尙、

$$q_1(+0) = \frac{C_1}{C} Q,$$

$$q_2(+0) = \frac{C_2}{C} Q$$

であるから、 $q_1(-0) \neq q_1(+0)$ 及び、 $q_2(-0) \neq q_2(+0)$ である。従つて C_1 及び C_2 を流るゝ電流の $t = -0$ から $t = +0$ 迄の間の變化は衝撃函數的である。

(2) 第 32 圖に示す如き回路に於て、初め一次及び二次回路に夫々定常電流 E_1/R_0 及び E_2/R_2 が存在するものとする。 $t=0$ なる瞬間、一次側の抵抗 R_0 を R_1



第 32 圖

に變化せしめたる時、その後の一次及び二次電流如何。

解：微分方程式；

$$\left. \begin{aligned} (L_1 D + R_1) i_1 + M D i_2 &= E_1 \\ M D i_1 + (L_2 D + R_2) i_2 &= E_2 \end{aligned} \right\}, (t \geq +0).$$

第一種初期條件；

$$C \left(\begin{smallmatrix} -0 \\ t \end{smallmatrix} \right) [L_1 i_1] = \frac{L_1}{R_0} E_1,$$

$$C \left(\begin{smallmatrix} -0 \\ t \end{smallmatrix} \right) [M i_1] = \frac{M}{R_0} E_1,$$

$$C \left(\begin{smallmatrix} -0 \\ t \end{smallmatrix} \right) [L_2 i_2] = \frac{L_2}{R_2} E_2,$$

$$C \left(\begin{smallmatrix} -0 \\ t \end{smallmatrix} \right) [M i_2] = \frac{M}{R_2} E_2.$$

 $D-p$ 變換；

$$\left\{ \begin{aligned} (L_1 p + R_1) i_1 + M p i_2 &= E_1 + \left(\frac{L_1 E_1}{R_0} + \frac{M E_2}{R_2} \right) p \cdot 1 \\ M p i_1 + (L_2 p + R_2) i_2 &= E_2 + \left(\frac{M E_1}{R_0} + \frac{L_2 E_2}{R_2} \right) p \cdot 1 \end{aligned} \right\}, (t \geq +0).$$

よつて、(IV.9) 式により、

 $L_1 L_2 - M^2 \neq 0$ ならば、

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{1}{(p+\alpha)^2 - \beta^2} \left\{ \frac{E_1}{R_0} p^2 \cdot 1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{E_1}{R_0} \frac{L_1 R_2 + L_2 R_0}{L_1 L_2 - M^2} p \cdot 1 + \frac{R_2 E_1}{L_1 L_2 - M^2} \right\} \\ &= \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_1}{R_1} \left(\frac{R_1}{R_0} - 1 \right) \varepsilon^{-\alpha t} \left\{ \cosh \beta t \right. \\ &\quad \left. - \frac{L_2 R_1 - L_1 R_2}{2\beta(L_1 L_2 - M^2)} \sinh \beta t \right\}, (t \geq +0) \\ i_2 &= \frac{1}{(p+\alpha)^2 - \beta^2} \left\{ \frac{E_2}{R_2} \left[(p+\alpha)^2 + \beta^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{R_1}{R_0} - 1 \right) \frac{M E_1}{L_1 L_2 - M^2} p \cdot 1 \right\} \\ &= \frac{E_2}{R_2} + \frac{M E_1}{\beta(L_1 L_2 - M^2)} \left(\frac{R_1}{R_0} - 1 \right) \varepsilon^{-\alpha t} \sinh \beta t, \\ &\quad (t \geq +0) \end{aligned}$$

となる。茲に、

$$\alpha \equiv \frac{L_1 R_2 + L_2 R_1}{2(L_1 L_2 - M^2)},$$

$$\beta \equiv \frac{\sqrt{(L_2 R_1 - L_1 R_2)^2 + 4 M^2 R_1 R_2}}{2(L_1 L_2 - M^2)}$$

である。

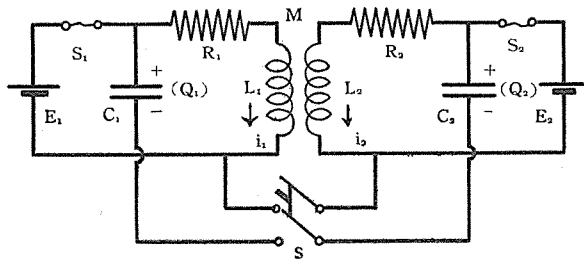
又、 $L_1 L_2 - M^2 = 0$ ならば、

$$i_1 = \frac{1}{p + \frac{R_1 R_2}{L_1 R_2 + L_2 R_1}} \left\{ \frac{E_1}{R_0} \frac{L_1 R_2 + L_2 R_0}{L_1 R_2 + L_2 R_1} p \cdot 1 \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{R_2 E_1}{L_1 R_2 + L_2 R_1} \left\{ \right. \\
& = -\frac{E_1}{R_1} \left\{ 1 + \frac{L_1 R_2}{L_1 R_2 + L_2 R_1} \left(\frac{R_1}{R_0} - 1 \right) \varepsilon^{-\frac{R_1 R_2}{L_1 R_2 + L_2 R_1} t} \right\}, \\
& \quad (t \geq +0) \\
i_2 = & \frac{1}{p + \frac{R_1 R_2}{L_1 R_2 + L_2 R_1}} \left\{ \frac{E_2}{R_2} + \frac{M E_1}{L_1 R_2 + L_2 R_1} \right. \\
& \quad \left. \cdot \left(\frac{R_1}{R_0} - 1 \right) p \cdot 1 \right\} \\
& = \frac{E_2}{R_2} + \frac{M E_1}{L_1 R_2 + L_2 R_1} \left(\frac{R_1}{R_0} - 1 \right) \varepsilon^{-\frac{R_1 R_2}{L_1 R_2 + L_2 R_1} t}, \\
& \quad (t \geq +0)
\end{aligned}$$

となる。

(3) 第 33 圖に示す如き回路に於て、初め、一次及び二次回路に夫々定常電流 E_1/R_1 及び E_2/R_2 が存在し、更に、容量 C_1 及び C_2 には夫々電荷 Q_1 及び Q_2 が充電されてあるものとする。 $t=0$ なる瞬間、 S を閉ち、 S_1 及び S_2 を遮断したりとせば、その後における回路電流如何。(7)



第 33 圖

解：微分方程式；

$$\begin{aligned}
& \{L_1 D + R_1 + (C_1 D)^{-1}\} i_1 + M D i_2 \\
& - \{L_2 D + R_2 + (C_2 D)^{-1}\} i_2 - M D i_1 = 0 \\
& i_1 + i_2 = 0
\end{aligned} \quad (t \geq +0)$$

第一種初期條件；

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} \begin{bmatrix} L_k i_k \end{bmatrix} = \frac{L_k}{R_k} E_k, \quad (k=1, 2),$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} \begin{bmatrix} M i_k \end{bmatrix} = \frac{M}{R_k} E_k, \quad (k=1, 2),$$

$$C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} \begin{bmatrix} (C_k D)^{-1} i_k \end{bmatrix} = -\frac{Q_k}{C_k}, \quad (k=1, 2).$$

$D-p$ 變換；

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{aligned} & (L_1 + M)p + R_1 + (C_1 p)^{-1} i_1 \\ & - \{ (L_2 + M)p + R_2 + (C_2 p)^{-1} \} i_2 \end{aligned} \right\} \\
& = \left(\frac{L_1 + M}{R_1} E_1 - \frac{L_2 + M}{R_2} E_2 \right) p \cdot 1 + \left(\frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} \right) p, \\
& i_1 + i_2 = 0
\end{aligned} \quad (t \geq +0).$$

よつて、(IV.9) 式により、

$$\begin{aligned}
i_1 = -i_2 = & \frac{1}{(L_1 + L_2 + 2M) \{ (p + \alpha)^2 + \beta^2 \}} \cdot \\
& \cdot \left\{ \left(\frac{L_1 + M}{R_1} E_1 - \frac{L_2 + M}{R_2} E_2 \right) p^2 + \left(\frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} \right) p \right\} \cdot 1 \\
& = \frac{\varepsilon^{-t}}{\beta (L_1 + L_2 + 2M)} \left\{ \beta \left(\frac{L_1 + M}{R_1} E_1 - \frac{L_2 + M}{R_2} E_2 \right) \cos \beta t \right. \\
& \quad \left. + \left[\left(\frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} \right) - \alpha \left(\frac{L_1 + M}{R_1} E_1 - \frac{L_2 + M}{R_2} E_2 \right) \right] \sin \beta t \right\}, \\
& \quad (t \geq +0)
\end{aligned}$$

を得る。茲に

$$\alpha \equiv (R_1 + R_2)/2 (L_1 + L_2 + 2M),$$

$$\beta^2 \equiv \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \frac{1}{L_1 + L_2 + 2M} - \alpha^2 > 0$$

とする。

文 献

(5) 黒川兼三郎：過渡現象論，100 (昭 12)

(6) 文献 (1) の 818 頁

(7) 林 重 憲：電 評 29, 26 (昭 16)

無線用變壓器の簡易設計法

大阪製作所 佐藤 晋

内 容 梗 概

無線用高壓に於てはその周波数特性、傳送損失、並びに歪率等が重要視される。之等の見地より無線用入力變壓器の設計方針を論述し、實例に依つて設計法の要領、及び重要な諸點を指示し其の簡易設計法を説明した。

1 緒 言

通信用變壓器は一般電源用變壓器と異なり使用周波数範圍に於ける傳送損失歪率が問題となる。勿論これ等損失歪等を小にするには μ の大なる鐵心を用ひ又鐵心の容積も出来る丈これを小にし捲線を多くすれば良いのであるが夫にも自ら一定の限度があり設計者としては満足に行かない所である。

鐵板の優劣は v/μ^3 により與へられ損失及使用條件が定まれば v/μ^3 が小なる程又鐵板の薄いもの程容積を小となし得るのである。これ等の點に眼點を置き使用條件傳送損失及歪率等が與へられたる場合の變壓器設計の順序を出来る丈簡易に考へて見る。

通信用變壓器と一概に云ふも其の用途は非常に多く又使用個所により夫々其の設計法も異なることは當然であるが順序として最先に入力變壓器設計より考へて見る。

II 入力變壓器の設計

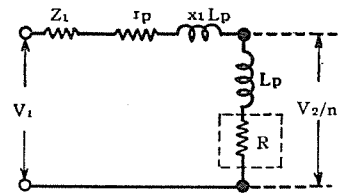
入力變壓器は普通眞空管間に挿入され電壓上昇を目的として使用される。従つてその等價回路も二次側は Reactance と考へられ、特性も低、中、高の三周波に分けて考へるのが一般であり且それ等使用三周波数内に於て同じ特性を與へる様に設計さるべきである。

(i) 低周波に對する特性

- Z_1 : 一次側の インピーダンス
- r_p : 一次捲線抵抗
- $x_1 L_p$: 一次側漏洩 インダクタンス
- L_p : 一次捲線 インダクタンス
- R : 鐵 損
- V_1 : 一次側電壓
- V_2 : 二次側電壓
- n : 變 壓 比

低周波に對しては二次側の インピーダンス は非常に大きくこれを省略するを得る。鐵損も當然考へられるべきもこれは別に算入することとして結局第1圖の如き等價回路を得る。

$$\text{變壓比} \left| \frac{V_2}{nV_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{Z_1 + r_p}{wL_p} \right)^2 + (1 + x_1)^2}}$$



第 1 圖

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{Z_1 + r_p}{wL_p} \right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a+b}{w} \right)^2 + 1}} \dots (1)$$

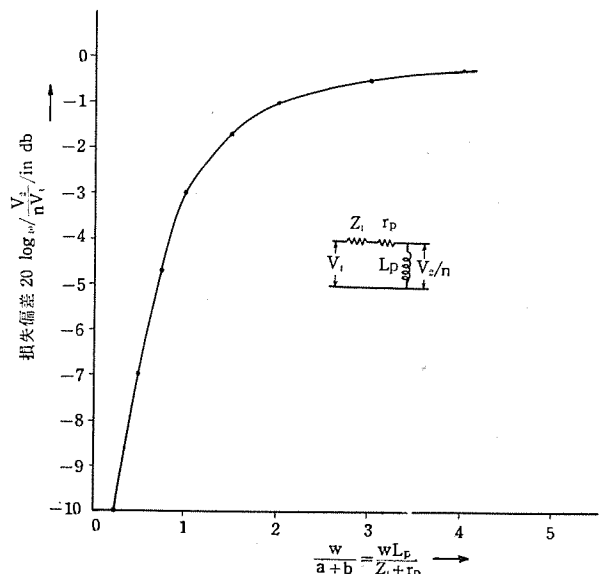
此處に $a = \frac{Z_1}{L_p}, b = \frac{r_p}{L_p}$

x_1 : 漏洩係数 $x_1 \leq 0.01$

(1) 式より分る如く損失は $20 \log_{10} \left| \frac{V_2}{nV_1} \right|$ にて與へられ損失零なる理想的變壓器に於ては $\left| \frac{V_2}{nV_1} \right| = 1$ となることを知る。

損失を小さくするには a, b を出来る丈小とすべきであり、従つて一次捲線の L_p を大とすることにより入力變壓器の低周波特性は大いに改善されることを知る。

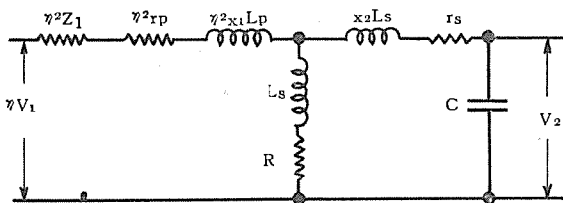
損失偏差が與へられたならばこれと $\frac{w}{a+b}$ との關係を曲線 I に示す。これより L_p の大体の値を決定することを得る。



第 2 圖

(ii) 中間周波に對する特性

周波数が稍高くなると二次側が問題となるから、二次側に換算した等価回路を考へて見様。回路中鐵損は別に考へることとしてこれを一時省略する。

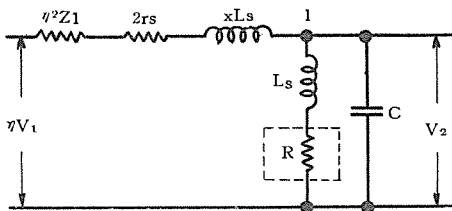


第 3 圖

x_2 : 二次漏洩係数

L_s : 二次インダクタンス

C : 二次側等価容量



第 4 圖

但 $x = x_1 + x_2$

\dot{Z}_{12} は 1.2 間のインピーダンス

$r_s, w x_2 L_s$ は $w L_s$ に比して小なる故第 2 圖は第 3 圖の如く考へることが出来る。 R を除外して

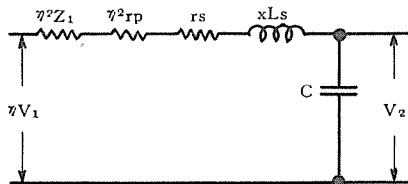
$$\text{變壓比 } \left| \frac{V_2}{nV_1} \right| = \frac{\dot{Z}_{12}}{n^2 \dot{Z}_1 + 2r_s + jwxL_s + \dot{Z}_{12}} \quad \dots (2)$$

L_s, C の主共振周波数を f_1 , xL_s, C の二次共振周波数を f_2 とすると $f_2/f_1 = \sqrt{\frac{1}{x}} \therefore f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{x}} \dots (3)$

(3) 式より x が大となれば即ち xL_s 大となれば f_2 小となり周波数範囲の狭くなることを知る、故に xL_s は出来る丈小となる様工夫して製作さるべきである。

(iii) 高周波に對する特性

高周波に於ても二次側が當然問題となる故二次側に換算せる回路を考へて見る。鐵損は省略する。



第 5 圖

變壓比 $V_2/nV_1 =$

$$\frac{1}{wC} \sqrt{\left[(Z_1 + r_p)n^2 + r_s \right]^2 + \left(wxL_s - \frac{1}{wC} \right)^2} \quad \dots (4)$$

(4) 式を見るに主共振周波数に於ては $|V_2/nV_1| = 1$ となり理想的變壓比を與へるが、二次共振周波数に於ても $|V_2/nV_1| = 1$ なる爲には (4) 式より

$$\left| \frac{V_2}{nV_1} \right| = \frac{1}{n^2(Z_1 + r_p) + r_s} = 1$$

$$i, e \quad n^2(Z_1 + r_p) + r_s = \frac{1}{w_2 C} \quad \dots (5)$$

此處に $w_2 = \frac{1}{\sqrt{xL_s C}}$

(5) 式より判る如く二次共振周波数に於てもインピーダンスが match しなければならぬ。(5) 式は入力變壓器の高周波限界を與へる式となる。

今二次共振を考へに入れて

$$\text{變壓比 } \left| \frac{V_2}{nV_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{w}{w_2} \frac{\alpha_1}{x} \cdot \frac{1}{w_2} \right)^2 + \left[\left(\frac{w}{w_2} \right)^2 - 1 \right]^2}} \quad \dots (6)$$

但 $\alpha_1 = \frac{n^2(Z_1 + r_p) + r_s}{L_s}$

$w = w_2$ 即ち二次共振に於ては

$$\left| \frac{V_2}{nV_1} \right| = \frac{xw_2}{\alpha_1}$$

これが理想的變壓器なるためには

$$\left| \frac{V_2}{nV_1} \right| = \frac{xw_2}{\alpha_1} = 1 \quad \dots (7)$$

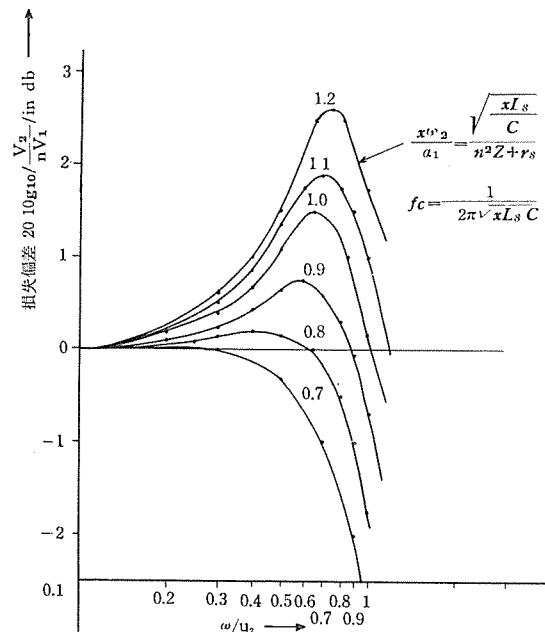
たることを知る。

一般に入力變壓器はの附近に於て變壓比が急激に大きくなるのが普通である。ピークを生ずる周波数は

$$\frac{d(V_2/nV_1)}{d\left(\frac{w}{w_2}\right)} = 0 \quad \text{より}$$

$$\frac{w}{w_2} = \sqrt{2 - \left(\frac{d_1}{x} \cdot \frac{1}{w_2} \right)^2}$$

にて與へられる w に外ならない。 $\frac{w}{w_2} > 1$ よりピークを生ずる周波数は常々二次共振よりも低い部分に存在することを知る。 $20 \log_{10} \left| \frac{V_2}{nV_1} \right|$ 即ち損失偏差と w/w_2 と



第 6 圖

の関係を $\frac{xw_2}{\alpha_1}$ をパラメータとして求むるに曲線 II に示せる如くなる。

(7) 式より $\frac{xw_2}{\alpha_1} > 1$ となれば $|V_2/nV_1|$ も大となり損失も増大し又 $\frac{xw_2}{\alpha_1} < 1$ となれば矢張り損失偏差の増大するを知る。

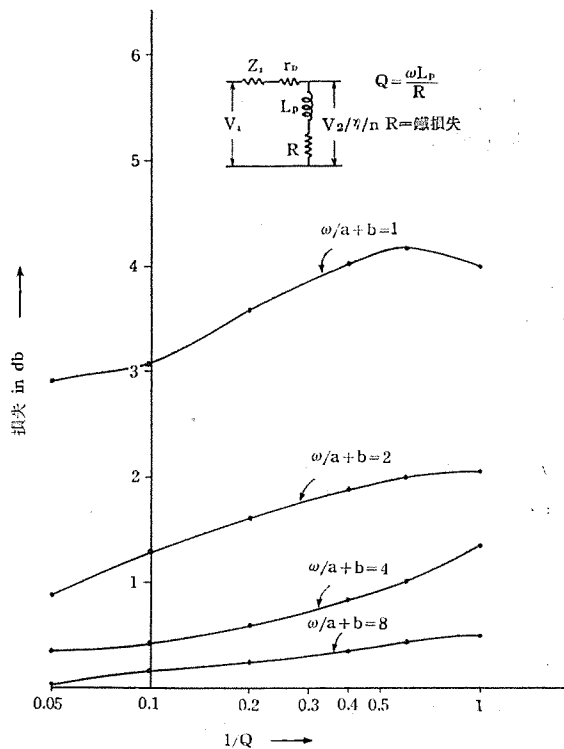
損失偏差を出来る丈小にするには $\frac{xw_2}{\alpha_1}$ を出来る丈 1 に近付けるべきである。曲線 2 より判る如く $1.1 \leq \frac{xw_2}{\alpha_1} \leq 0.9$ 位に取るべきである。入力変圧器に於て利得を大とせんとし出鱈目に變壓比を大としても n の増大するにつれて $\frac{xw_2}{\alpha_1}$ が 1 より遙に小となり高周波特性の著しく悪化するを知る。従つて高周波特性を良好ならしめるためには一次のインピーダンス ($Z_1 + r_p$) を小として α_1 を出来る丈小に保ち xw_2/α_1 を 1 より大なる値を取る様に設計するを得策とする。

先に述べたる如く ピークを生ずる周波数が二次共振周波数よりも稍低い點に存在する故設計に當りては二次共振の周波数を使用周波数の最高限度よりもやや高い點に置くべきである。

入力変圧器は真空管の格子、織條間に挿入されるのが普通なる故誘電体損失等による等価抵抗が二次側に並列に入ることになる。これが爲に特性が變化することは勿論であるが大体 100 KC 位まではこの點餘り考慮する必要なしと考へられる。

(iv) 鐵損を考慮したる低周波損失

低周波に於ては一次の L_p の大なる程特性の改善さるべきものであることは既に述べた。 L_p の増大するにつ



第 7 圖

れて鐵損の影響もこれを閉却することが出来ない様になる。

鐵損を考慮したときの損失

$$\left| \frac{V_2}{nV_1} \right| = \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}}}{\sqrt{\left(\frac{a+b}{w} + \frac{1}{Q} \right)^2 + (1+x_1)^2}} \quad \dots (8)$$

$$\text{但し } Q = \frac{\omega L_p}{R} \quad \dots \text{損失率}$$

$$x_1 \ll 1$$

∴ (8) 式は

$$\left| \frac{V_2}{nV_1} \right| = \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}}}{\sqrt{\left(\frac{a+b}{w} + \frac{1}{Q} \right)^2 + 1}} \quad \dots (9)$$

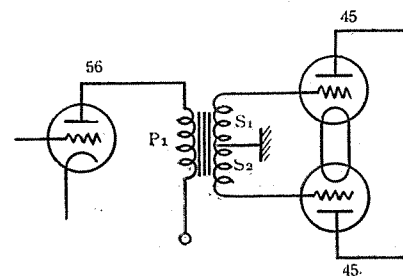
$\frac{w}{a+b}$ をパラメータとして $|V_2/nV_1|$ と $1/Q$ との曲線を求めて見ると曲線 III の如くなる。

μ の大なる鐵板にあつては Q 大となり鐵損の影響は左程考へるべき必要もない。

搬送電話、出力變壓器等歪が大いに問題となるものにあつてはこれに対する唯一つの最良の方法の鐵心及捲線方式が存在すべきであり、又これ等は數式によりて大体求めることが出来るが實際製作に當つては更に簡易なる近似的方法によるを便とする。以下實例によりて多少參考的に求むることとする。

III 入力變壓器の設計例

設計例として一般市販のものを例にとり試作比較検討するに便とする。



第 8 圖

○使用範圍 100~7000~

變壓比 $S_1/P_1 = S_2/P_1 = 1.5$

$Z_1 = 9500 \Omega$ (56 の R_p)

損失: $\pm 1 \text{ db}$ 以内

○設計

低周波損失 $\pm 1 \text{ db}$ 以内なるためには

$$20 \log_{10} \left| \frac{V_2}{nV_1} \right| \leq 1 \quad \therefore \left| \frac{V_2}{nV_1} \right| \leq 0.82$$

$$i, e \frac{V_2}{nV_1} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a+b}{w} \right)^2 + 1}} \leq 0.82$$

$$f = 100 \sim \text{とすると } a+b = 400$$

又曲線 1 より損失 1 db 以内に於ては $\frac{w}{a+b} \geq 2 \quad \therefore \frac{a+b}{w} \leq 0.5$

$$\therefore a+b \leq 314$$

故に $a+b=400$ 位と定めて設計を進める。

$$\therefore \frac{Z_1+r_p}{L_p} = 400 \quad \therefore Z_1+r_p=400 L_p$$

然るに普通入力変圧器に於ては $r_p/Z_1=0.1$ 位に採つて差支へない、故に $11r_p=400 L_p \quad \therefore r_p/L_p = \frac{400}{11} \approx 36$

$$\text{即ち } r_p/L_p=b=36 \quad \therefore a=364$$

$$\therefore Z_1/L_p=364 \quad \therefore L_p = \frac{9500}{364} \approx 26$$

$$\therefore r_p=36 \times 26=935 \Omega$$

次に高周波の特性を考へるに 1 db 以内の損失に對しては曲線 II より判る如く電壓比を 0.9 乃至 1.1 位の範圍内に置くべきである。

$$\left| V_2/nV_1 \right| = \frac{xw_2}{\alpha_1} \geq 0.9$$

x を 0.01 位に取る、

$$w_2=2\pi f_2=2\pi \times 8000 \quad \text{二次共振周波数}$$

$$\therefore \alpha_1 \leq \frac{0.01 \times 2\pi \times 8000}{0.9} = 560$$

$$\left| V_2/nV_1 \right| = \frac{xw_2}{\alpha_1} \leq 1.1$$

$$\therefore \alpha_1 \leq 450$$

$$\therefore 450 \leq \alpha_1 \leq 560$$

理想的變壓器に於ては $r_p/L_p=r_s/L_s$ とすべきであるから上記 $450 \leq \alpha_1 \leq 560$ 及 $r_p/L_p=r_s/L_s$ 2 條件より適當なる α_1 を定めなければならない。若し適當なる α_1 即ち要求損失に適合出來得る α_1 を定め得られない時は $a+b$ の價の適當ならざるに基く故最初から設計を仕直さなければならない。今の場合 r_s/L_s として 60 位の値を取つて先づ満足して進めて見る。

$$\alpha_1=r_s/L_s+(a+b)=460$$

$$\left| V_2/nV_1 \right| = \frac{0.01 \times 2\pi \times 8000}{460} \approx 1.1$$

となり充分でないが採用出來得る値である、二次共振を少しく低下すれば大体 1 db の要求に近付け得る故設計としては先づ α_1 としてこれ位の値を取る。

偖て turn ratio 1.5 より

$$L_s/L_p=1.5^2 \quad \therefore L_s=26 \times 1.5^2=38.5 \approx 60$$

45 の格子、織條間の容量其他浮游容量の總和を求めると二次共振周波数 8000~ なる故

$$wxL_s = \frac{1}{wC}, \quad x=0.01$$

$$\therefore C = \frac{1}{w^2 x L_s} = \frac{1}{(2\pi \times 8000)^2 \times 0.01 \times 60} \approx 650 \mu\mu F$$

程度となり相當大きな値を有することになる。

(變壓比の豫め定められて居ない時は先づ使用個所によつて二次側等價容量を求め、 $n^2(Z_1+r_p)+r_s=\frac{1}{w^2 C}$ より大体の n の値を定めた後上述の順序により設計を進めるのである)

次に問題となるのは鐵心の寸法の定め方である。

先にも述べた如く損失、歪率等を充分考慮して鐵板の寸法、厚さ、鐵心、大きさ等を考へると、理想的のものは唯一つのみ存在する筈である。これ等を數式にて計算するには鐵心の μ ヒステリシス 曲線の常數 V 等を充分検討しなければ求め得られず實用には相當の困難を伴ふのである。

簡易なる設計法として更に實用的な數式を求むるに越したことはない。

入力變壓器に於ては一次側は交流のみと考へて(入力變壓器にありても勿論相當大なる直流の重疊するものもあり又出力變壓器等にあつては大きな直流を流す故これを交流のみと考へることは出來ないから、これ等は自らその設計法を異にするが)その電流値は非常に小なる値であるから磁束密度、磁化力、 B, Φ 等も一般電源用變壓器等と大いにその趣を異にする。又導磁率 μ もかかる微少な磁化に對しては又その趣を異にし一般通信用變壓器に於ては初導磁率が問題となる所以である。

又初導率は鐵板の厚さ、鐵心中の間隙等によつて多少その値を異にし、殊に周波数によつて大いにその値を變化するからこれを一概に決定することは出來ない筈である。殊にパーマロイ等に於て直流の重疊するものにあつては周波数による μ の變化は甚しく設計に當つて μ の決定に大いに注意しなければならない。

今在庫の YB 鐵板を用ふると厚さ 0.3 耗のもので大体初導磁率は 300 位である。

先づ 1000 回捲きに對する L を求むべきである。(これは實際各種の鐵心によりて實測して置くを便とする)

l = 磁路の長さ、 cm

A = 鐵心の斷面積

$$\left[\begin{array}{ll} A/l \cdots \cdots \text{外鐵型} & 0.2 \sim 0.4 \\ A/l \cdots \cdots \text{内鐵型} & 0.08 \sim 0.2 \end{array} \right]$$

今外鐵型を用ひ $A/l=0.4$ とし $\mu=300$ として

$$L = \frac{4\pi\eta AN^2\mu}{l} \times 10^{-9} H.$$

η ……鐵心の空隙定數にして 1 より小なる値

1000 回に對する L を求むるに大体 $1.2H$ 位となる(但し $\eta=0.85$ とせり)

$$\therefore \text{一次捲回数 } N_1 = \sqrt{\frac{26}{1.2}} \times 1000 \approx 4700 \approx 5000$$

$$\text{二次捲回数 } N_2 = 5000 \times 1.5 = 7500$$

又 B_{max} も YB に於ては大体 100~ で數百 ガウス、6000~ 位では約數 ガウス 位に考へて差支へない

$$B_{max} = \frac{V_1 \times 10^9}{\sqrt{2} \pi f \eta A N}$$

但し V_1 = 一次側兩端の交流電壓の實効値

56 を用ふるときは $V_1 \approx 28.5V$ 位となる。

$$\therefore 400 = \frac{28.5 \times 10^9}{\sqrt{2} \pi \times 100 \times 0.85 A \times 5000} \quad \therefore A \approx 4 \text{ cm}^2$$

$$B_{max} \text{ at } 6000 \sim = 5 \text{ とすると } A \approx 5 \text{ cm}^2$$

$$A = 4.5 \text{ cm}^2 \text{ とする}$$

$$\therefore l = 11 \text{ cm}$$

一次側は 56 を用ふる故安全電流 10 mA 位の線を用ふれば足る。BS # 38 線 EC 線を用ふると $N/\text{cm}^2 = 7650$

$$\text{一次の有効捲線面積 } A_1 = \frac{5000}{7650} = 0.66 \text{ cm}^2$$

二次側は安全電流 7 mA 位の線を用ふれば足る、

BS # 40 を用ふると $N/\text{cm}^2 = 11800$ より

$$\text{二次の有効捲線面積 } A_2 = \frac{2 \times 7500}{11800} = 1.3 \text{ cm}^2$$

$$\text{全有効捲線面積 } A_0 = A_1 + A_2 = 1.96 = 2 \text{ cm}^2$$

捲線間及層間の絶縁被覆等を考へて $A_0 = 2 \times 1.5 = 3$ 位に取る。

$$\text{鐵心の窓の面積} = \frac{A_0}{0.65} = \frac{3}{0.65} = 4.6 = 5 \text{ cm}^2$$

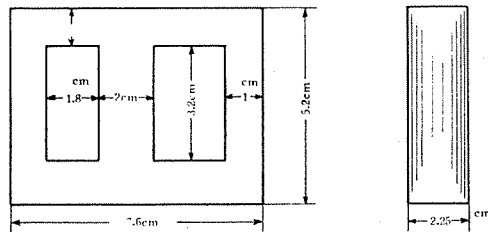
一般に窓の高さ h /窓の幅 $b \leq 2$ 位であるから

今窓の幅を 1.6 とすると高さ $h = 3.2$ となる

絶縁被覆等を考へ多少窓に餘裕にとり

$$b = 1.8 \text{ cm}, h = 3.2 \text{ cm}, A = 4.5 \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2 \times 2.25 \text{ cm}$$

とするとこれより鐵心の大きさを決定することが出来る。



第 9 圖

以上にて大体の簡易設計を行つたが更に一應これを調査する必要がある。

鐵心の大きさが定まればこれより平均捲線長を求むることを得る。組合せ捲とすれば一次、二次平均捲線長は約 17.3 纏位となる。

$$\text{一次の } r_p = 5000 \times \frac{17.3 \times 2.21}{100} = 1900 \Omega$$

$$\text{二次の } r_s = 7500 \times \frac{17.3 \times 3.51}{100} = 4540 \Omega$$

$$\therefore r_p/L_p = \frac{1900}{26} = 70$$

$$r_s/L_s = \frac{4540}{60} = 75$$

となり設計中假定せる r_p/L_p と多少の齟齬を生じたが實際製作せる L_p の値は計算値の 1.5 倍位を有するのが總てであるから設計としてはこれ位で満足すべきである。

尚捲線方式如何によつて二次側等価容量が大いに支配

される故に並列損失もこれによりて如何ともなり得るものでこれを如何に捲くべきかに關しては又後日の機會に譲り茲には單に設計順序のみを既述し依つて類似變壓器製作の參考した。

以上設計した入力變壓器の特性を求むるに下の如くなる。

特性曲線：—

低周波特性

$$\left| \frac{V_2/nV_1}{\sqrt{\left(\frac{a+b}{w}\right)^2 + 1}} \right| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a+b}{w}\right)^2 + 1}}$$

$$a+b=400, n=1.5$$

周波數 50 100 150 200 300 500

V_2/V_1 0.93 1.24 1.39 1.43 1.47 1.5

高周波特性

$$\left| \frac{V_2/nV_1}{\sqrt{\left(\frac{w}{w_2} \cdot \frac{\alpha_1}{x} \cdot \frac{1}{w_2}\right)^2 + \left[\left(\frac{w}{w_2}\right)^2 - 1\right]}} \right|$$

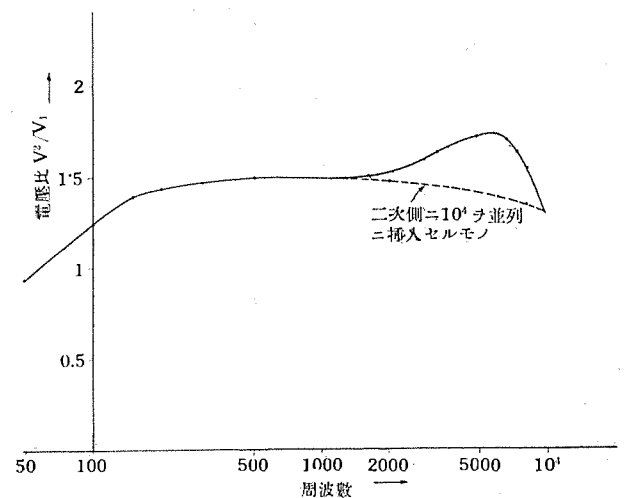
$$\frac{\alpha_1}{w_2 x} = \frac{1}{1.1} = 0.99 \quad n=1.5$$

$$w_2 = 8000 \sim$$

w/w_2 1 0.9 0.8 0.6 0.4 0.2

V_2/V_1 1.56 1.65 1.71 1.73 1.64 1.51

主共振 $f_1 = 800 \sim$ 位にして電壓比は (2) 式より 1.5 位となる。



第 10 圖

これより特性曲線を求めると曲線 IV の如くなる。この特性より判る如く 7000 位の近くにピークを生ずる故二次側に並列抵抗を挿入し平滑な特性を求めることが出来る、二次側に挿入せる抵抗の値及その時の電壓比を求めたものも同曲線中に示した。出力變成器設計は勿論入力變壓器とは又その眼點を異にするがこれが簡易設計法に關しては又後日に譲る。

—油入機器各部に於ける 絶縁物の壽命を 均一化せしむる方式—

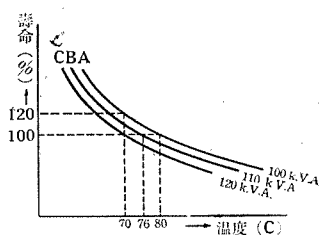
(三菱特許 第 148753 號)

油入機器の壽命は、主として其の絶縁物により決定せられ、絶縁物の壽命は、使用温度と其の温度に於ける電氣的應力との二要素から支配せらるゝものである。若し機器の一部に弱點があつた場合は、之が機器全体の壽命を決定する根源となるは當然であるから、前記二要素による影響を、機器各部に亘りて、均一にし、一部分の弱點を各部に均一に分散せしめ得れば、機器全体の壽命を長からしめ得るは明かである。

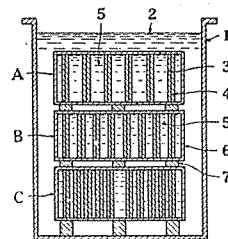
例へば、油入自冷式電氣機器に於て、油槽内に於ける上層部分の油の温度は、必ず下層部分の温度より高いから、上部絶縁部の壽命は、下部絶縁物の夫れに比し短かきは當然である。従つて其の壽命を均一化せしめ得たとすれば、下部絶縁物はその電氣的應力を大なるしめる事が出来、冷却溝も上部に比して小さく出来る。即ち機器全体としては、經濟的にして且信頼度高き絶縁方式が得らるゝ譯である。

本發明は、叙上の理に従ひ、使用油の各部即ち油槽の高さ方向に於ける温度差に應じて、該油中に浸漬せらるゝ機器群の各單位体積當りの電氣容量を相違せしめ、油の使用温度と、その温度に於ける電氣的應力による影響を、機器全体に亘りて均一ならしむる事を特徴とするものである。

第 1 圖に於いて、(A) (B) (C) は夫々容量 100 KVA、110 KVA 及 120 KVA の各蓄電器が使用油の温度差に對する壽命の關係を示せる曲線圖とする。今油の温度が 80°C の場合 A 蓄電器の壽命が 100 % なりとせば、70°C に於いては 120 % の壽命を保た



第 1 圖



第 2 圖

しめ得べく、又逆に 70°C の處で 100 % の壽命を保ち得れば可なりとせば °C 曲線に見る如く 120 KVA の蓄電器を使用出来る。

油槽内に蓄電器群を浸漬せしむる時、上層部の油の平均温度を 80°C、中間温度平均を 76°C、下層部が 70°C として作用させ、全蓄電器を 100 % の壽命に保たせんが爲には、第 1 圖より明かなる如く温度差に應じて蓄電器群の容量を變へればよい。即ち上層部に 100 KVA 中間部に 110 KVA、下層部に 120 KVA を配置すればよい事になる。

上記の如き容量は、各蓄電器素体の巻数又は各素間の冷却溝の厚さにより決定せられる。第 2 圖は實施例の一つで、油槽 (1) の油 (2) 中に三個の蓄電器群 (A) (B) (C) を重積して浸漬せしめた場合にして、各蓄電器群は「アルミニウム」薄板 (3) と絶縁紙 (4) とを重ねて巻成し、各巻毎に油隙 (5) を介在せしめ且密閉罐 (6) 内に収納されて居る。各罐の重積相互間には間隔子 (7) を挿入して油隙を存せしむる事普通の通りである。本例では下層部の蓄電器に至る程巻数を大にし、油隙 (5) を小にした爲、同寸法の罐を使用せるに拘はらず、各群の容量を相違し上層の蓄電器群程容量は小である。斯る配置とすれば、全群の壽命を一律に 100 % となし得るのである。

重巻蓄電器素を重積し、上層部、中層部及下層部の各素の巻数を相違せしめ、各素間又は適當数の重積素間に油隙を設け、下層の素体程巻数を大なる如く配置しても同理である。又重巻蓄電器を密閉罐に収納し、各罐内の素体相互間に於て、A 群では一素体毎に B 群では二素体毎に、C 群では三素体毎に油隙を夫々介在せしめ、且下層群の素体程巻数大なるものを収納してもよい。

尚槽内の油温は上層より下層に至る迄連續的の温差を有するものであるから、上記の様に三區分に限定されるものでは無く、温度に比例的關係を有する如く、各素体毎に其の電氣容量を變化せしむるを理想とするが實用上三區分程度で支障無き結果が得られる。

(中野)

三相四線式積算電力計

名古屋製作所 金子 勳

内 容 梗 概

南方に於て三相四線式の配電方式が従来相当採用されて居た關係上最近、之が話題に上る機会が多いのに鑑み、此の方式に使用される積算電力計を論じ、その誤差の原因、使用の際の注意を述べた。

1 緒 言

大東亞戰の進捗に平行して大東亞共榮圈が着々建設されつゝあるが、これら圈内の南方諸地域に於ては配電方式に相当三相四線式が採用されてゐる。又交流ネットワーク配電方式が最も理想的なものとして今日迄發展して來た。我國に於てはかゝる方式は採用に至つて居らないが、電力供給の無休性が叫ばれる今日、其の他種々の特徴を有するこの方式の検討は、有意義なものと考えられる。而してその電氣方式としては中性線を接地する三相四線式が最も多い。以上の方式に使用される三相四線式積算電力計の取扱等に備へて、この種計器の一般並にMY型三相四線式積算電力計を紹介する。

2 測 定 法

一般に星形結線三相四線式回路に於て電力測定をするに三つの方法が用ひられる。これら三つの方法の誤差に關しては大体同様であるが、回路状態の如何によつてはこれらの内で或方法が望ましいことが起つてくる。

第一法は三素子型積算電力計を使用する方法である。三相四線式に於ては四線あるから、ブロンデルの法則によつて三素子を要することになる。此の場合電壓、電流の平衡或は力率等に無關係に正確に計量されること明らかである。誤差は計器自身の動作特性によるものである。第2圖は其の接續圖を示す。

第二法は普通の二素子型計器を使用する方法である。三個の變流器を回路の主線に入れ、其の二次側を三角に接續する。勿論この方法では變流器の二次側が三角に接續出來ない場合には使用出來ない。變流器が三角結線されて居る故、變流器二次電流の1.732倍の電流が計器の電流線輪に流れる。しかし一般に變流器は全負荷では動作して居ないから計器の電流線輪には、一般には普通のものが使用されて居る。第5圖は其の接續圖である。

第三法は三個の電流線輪と二個の電壓線輪を有する特殊二素子型計器を用ふる方法である。これは第二法と異り變流器の二次側を三角に接續出來ない場合に用ひられる外、低壓小電流の回路に使用される。この計器は普通の二素子型計器と比較して、電流線輪が二つの等しい部分に分けられて居る以外本質的には同じものである。

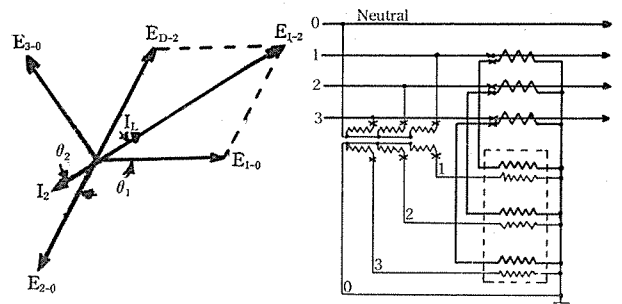
上部素子の一方と下部素子の一方は直列接續され第三電流線輪とよばれる。其の接續は第9圖に示す。

三相四線式回路に於ける電力は次の一般式で表はされる。

$$P = E_{1-0}I_1\cos\theta_1 + E_{2-0}I_2\cos\theta_2 + E_{3-0}I_3\cos\theta_3 \dots\dots(1)$$

こゝで E_{1-0} , E_{2-0} , E_{3-0} は中性線と各線間の相電壓である。 I_1 , I_2 , I_3 は線電流であり、 θ_1 , θ_2 , θ_3 は電流の對應する電壓からの遅或は進角である。

上式は回路に於て負荷が、中性線と線と或は線と線との間にあつても構はぬものである。負荷が中性線と線との間にあれば各相に於ける電力は單に電壓、電流、力率の積であることは明かであり、しかして負荷が線と線との間に置かれた場合は次の如くである。



第 1 圖

第 2 圖

1, 2 線間に單相、力率 1 の負荷が置かれれば第 1 圖から電力は

$$P = E_{1-2}I_1$$

となる。

しかして全電力を示す式によれば次の如くなる。

$$P = E_{1-0}I_1\cos\theta_1 + E_{2-0}I_2\cos\theta_2$$

$E_{3-0}I_3\cos\theta_3$ なる項はこの場合 I_3 が零なる故除かれる。

第 1 圖は次のことを示す。

$$E_{1-2} = E_{1-0}\cos\theta_1 + E_{2-0}\cos\theta_2$$

$$I_1 = I_2$$

$$\text{故に } P = E_{1-0}I_1\cos\theta_1 + E_{2-0}I_2\cos\theta_2 = E_{1-2}I_1$$

平衡状態に於ては前記一般式 (1) は

$$P = 3EI\cos\theta$$

となつて、三相四線式回路に於ける電力を表はす。

以上の三方法を明にするベクトル圖を各計器の回路について見る。

第 一 法

三素子型計器の電圧、電流のベクトル関係は回路の各相に一個宛素子があるため、比較的簡単である。上、中、下の電圧線輪に加えられる電圧を夫々 E_{1-o} , E_{2-o} , E_{3-o} とする。電流線輪に流れる電流を夫々 I_1 , I_2 , I_3 とし、 θ_1 , θ_2 , θ_3 を電流の對應せる電圧からの變位とすると、各素子の計量は次の如くなる。

$$\text{上 } P = E_{1-o} I_1 \cos \theta_1$$

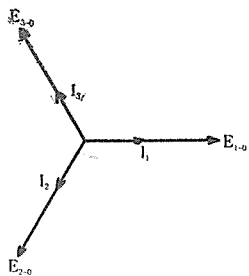
$$\text{中 } P = E_{2-o} I_2 \cos \theta_2$$

$$\text{下 } P = E_{3-o} I_3 \cos \theta_3$$

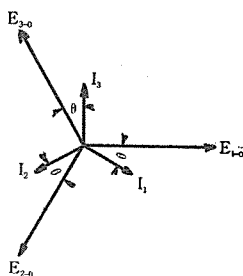
計器により計量される全電力は三つの素子により計量される値の和である。平衡回路に於ては各素子の計量値は同量となり和は次の如くなる。

$$3E I \cos \theta$$

θ は平衡回路における位相角である。ベクトル関係を第 3, 4 圖に示す。



第 3 圖



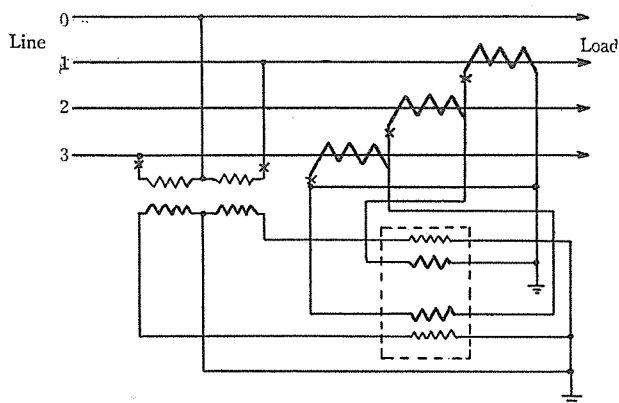
第 4 圖

第 二 法

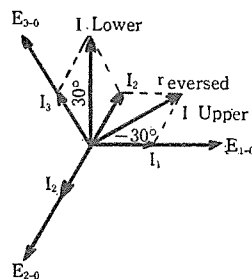
第二法に於ける状態はやゝ複雑である。先にも述べた如く、二次側を三角接続せる三つの變流器と共に普通の二素子型計器が使用されて居る。此の方法では三角接続が絶対に必要である。

第二線に接続されて居る變流器の二次電流は兩電流線輪に逆方向に流れる。上部素子に於てはその逆電流は I_1 に、下部素子に於ては I_3 に第 6, 7, 8 圖の如くベクトルの加へられる。

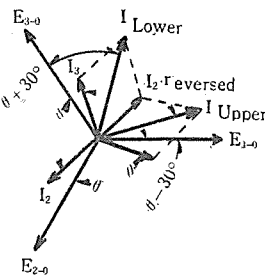
回路の電圧が平衡して居るとせば I_2 の逆即ち $-I_2$ は E_{1-o} から -60° 變位して居り、力率 1 ならざる場合は $(\theta - 60^\circ)$ だけ變位することになる。こゝで進角は負、



第 5 圖



第 6 圖



第 7 圖

遅角を正に考へると、上部素子の計量は

$$E_{1-o} I_1 \cos \theta_1 + E_{1-o} (I_2) \cos (\theta_2 - 60^\circ)$$

となる。

同じことが下部素子にも成立する。 E_{3-o} は下部素子に加へられる電圧である。 $-I_2$ は力率 1 の場合 E_{3-o} から 60° 、力率 1 ならざる場合は $(\theta_2 + 60^\circ)$ 變位して居ることになる。しかる時下部素子の計量は

$$E_{3-o} I_3 \cos \theta_3 + E_{3-o} (-I_2) \cos (\theta_2 + 60^\circ)$$

となる。

計器の全計量値はこれら二つの素子の計量の和である故全計量値は

$$E_{1-o} I_1 \cos \theta_1 + E_{3-o} I_3 \cos \theta_3 + E_{1-o} (-I_2) \cos (\theta_2 - 60^\circ) + E_{3-o} (-I_2) \cos (\theta_2 + 60^\circ)$$

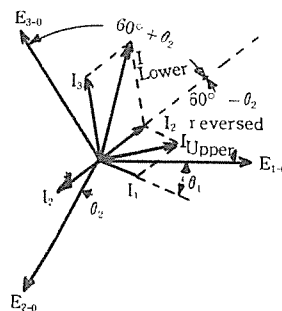
若し電圧が平衡して居れば上式に於て後の二つの項は簡単になり

$$E_{2-o} I_2 \cos \theta_2$$

なる形になる。従つて式は一般式

$$P = E_{1-o} I_1 \cos \theta_1 + E_{2-o} I_2 \cos \theta_2 + E_{3-o} I_3 \cos \theta_3$$

となる。

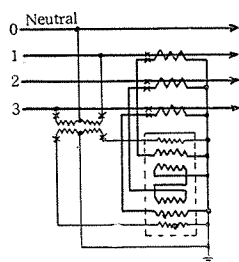


第 8 圖

若し電圧が不平衡ならば第二の相の測定に誤差が入つて来る。誤差の原因となる不平衡状態は限られて居らない、誤差の大きさを測定するには各々の場合に於て夫々考へなければならぬ。第 6, 7 圖は電圧、電流共に平衡せる場合のベクトル関係を示す。ベクトル圖から明かなる如く上部電流線輪の電流は力率 1 に於て E_{1-o} から 30° 進んでをり、その他の力率に於ては $(\theta - 30^\circ)$ 變位してゐる故に上部素子の計量は

$$\begin{aligned} & E_{1-o} I (\text{upper}) \cos (\theta - 30^\circ) \\ &= E \times 1.732 I \cos (\theta - 30^\circ) \\ &= 1.732 E (0.866 \cos \theta + 0.5 \sin \theta) \end{aligned}$$

となる。



第 9 圖

同様にして下部素子に於ては電流は E_{3-0} から $(\theta + 30^\circ)$ 變位して居り、この素子の計量は

$$\begin{aligned} & E_{3-0} I (\text{Lower}) \cos(\theta + 30^\circ) \\ &= E \times 1.732 I \cos(\theta + 30^\circ) \\ &= 1.732 EI (0.866 \cos \theta + 0.5 \sin \theta) \end{aligned}$$

となる。

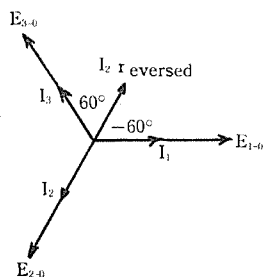
二つの素子による計量値を加へると \sin の項は消えて和は次の如くなり全電力を表はす式となる。

$$3EI \cos \theta$$

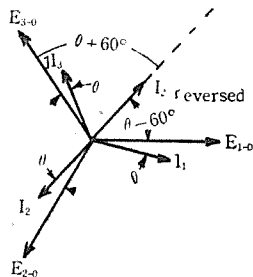
第 三 法

第三法は第二法の變形したものと見られる。第二線の電流と、第一線の電流或は第三線の電流との合成電流の代りに、各素子の電流巻線を二つの等しい部分に分けて第二線の電流は第 9 圖の如く各巻線的一方を流れる。これは變流器の二次を三角接続することを要しない。

電流巻線の全磁束は各々の電流のベクトル和となり、全効果は第二法と等しくなる。この方法も不平衡電圧による制限を受ける。平衡状態に於けるベクトル圖を第 10、11 圖に示す。



第 10 圖



第 11 圖

三方法を要約すれば、以上述べた如く第二法と第三法には共通点がある。即ち電流の不平衡によつては影響はないが、電圧の不平衡によつて誤差を生ずることである。二つの相は電圧の不平衡に関係なく正しく計量されるが一つの相は、その電流がその相の電圧に對應して測定されるから、他の二つの電圧のベクトル和に對應して測定されるから、其の相の電圧が他の二相の電圧のベクトル和でない場合には誤差を生ずる。

併し乍ら誤差は一つの相にのみ入つてくるのであるから、計器全体の計量値の誤差は不平衡状態が特に甚だしい場合の外はそう大きなものではない。併し状態の非常に悪い場合には第一法によるべきである。

3 應 用

前項に於ては測定法に就て述べたが、觀點を變へて實際の應用の方面から見る。ブロンデルの法則によれば、電圧、電流の不平衡の起り得る状態に於て計量するには、三素子型の結線（第 2 圖）を要する。

三素子型の構造は二素子型に比し、大きく複雑で、高價であること明かである。よつて三相四線式には以下述べる如く、多くの場合三電流線輪二素子型の特列型が用ひられる。

若し電圧平衡の状態或は不平衡電圧による誤差が許容範囲内であれば第 9 圖の如くにこの三電流線輪二素子型計器が使用されるべきである。此の計器は先にも述べた如く二つの電圧線輪を有し、二つの相と中性線との間に接続されて居り、電流の不平衡には影響されない。

この方法に於ては第三線と中性線間との電圧は他の二つの電圧の逆のベクトル和に等しいとして居るから、第三相の電流は第三相電圧に對應して居らず、他の二相の合成電圧に對應して居る。而してその合成電圧は第三相電圧の大きさ、並に位相に近似、或は同じものである。

若し三相の電圧が平衡して居れば、この合成電圧は眞の第三相電圧に等しく、計器は眞の電力を指示する。

しからざる場合、即ち不平衡電圧に於ては誤差を生ずるが、一相にのみ影響を與へるから、その値は全体から見ると可なり小さいものとなる。第二相に於て負荷が大きくなると一般に第二相電圧が下る。この不平衡は計器に就て見ると、この相に加へられる電圧は、第二相の眞の電圧よりも高い故多く計量することになり、需要者が不利となる。もしこの不平衡が相間で次々に變れば、誤差は長い間には消合はれることになる。

この計器の全体に起り得る誤差の最大値は第二線電流のベクトル和に、中性線に對する三電圧のベクトルの和を乗じたものである。このベクトル和は如何なるベクトルの方向であつても第二相の電流に比例し、電流とは一般に相差がある。故に誤差は零から上に述べた最大値まで變化するが、普通誤差は可なり小さいものである。

變成器型接続に於ては三電流線輪の構造を必要としない。電氣的には第 5 圖に示した様に變流器の三角接続によつて、二電流線輪で同様の結果が得られる。併し乍ら使用する側から見るとスイッチャー等の如く相絶縁を望む場合はこれによらず、三電流線輪型が必要となる。この三角接続は前にも述べた如く、電流線輪電流が變流器二次電流の 1.732 倍に増加する。

以上述べた如く、いづれを選ぶかは電圧不平衡の程度によるものである。三素子型の有利な點は計器の動作が容易に理解され、試験並に接続の簡単なことである。

三電流線輪二素子型に就て更に述べる。この計器は現在一般に知られて居る三素子型より先に出来たもので簡単に動作に就て説明する。一般に多相計器を調整するには單相の試験回路に於て、單相の標準器を使用して行ふ

斯く單相で全素子を附勢して調整する時は、アムペーターは各素子毎の總計したものである。

この様に其等は單相計器の倍の回轉力と、倍の制禦力を有して居る。故に全負荷に於ける圓板速度はこの單相の試験状態に於て、普通の回轉數と同じである。而して三電流線輪二素子型に就て見ると、單相で調整されたものを三相回路に置き、二相が空いて居る如き状態で同一時に個々の相に就て見ると

A相 アムペーター $=\frac{1}{2}$

(全負荷に於て)

回轉速度 $=\frac{1}{4}$

(制禦力は 2 倍なる故)

B相も同様に

回轉速度 $=\frac{1}{4}$

C相 (上部素子) アムペーター $=\frac{1}{2}$

而してC相電流は力率 1 なる負荷に於て、A相と中性線間の電壓に對し 60° 變位して居る故

C相 (上部素子) 回轉力 $=\frac{1}{2}\cos 60^\circ = \frac{1}{4}$

回轉速度 $=\frac{1}{8}$ (制禦力 2 倍)

同様にして

C相 (下部素子) 回轉力度 $=\frac{1}{8}$

故にC相に於ける 回轉速度 $=\frac{1}{8}$

相 A, B, C 同時の回轉速度 $=\frac{3}{4}$

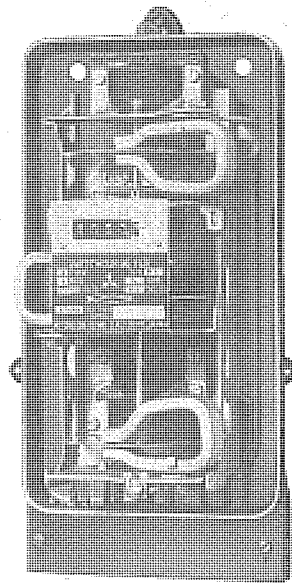
よつて三相の全定格 kW 負荷に於て、回轉速度を普通の計器と同じにするには、單相で調整する場合 $\frac{1}{8}$ にしなければならぬ。然るときは三素子型計器と同じ電流線輪電壓線輪の容量の二素子型計器は同じレヂスターレシオで同じ kW 定格でよいことになる。

4 MY 型三相四線式積算電力計

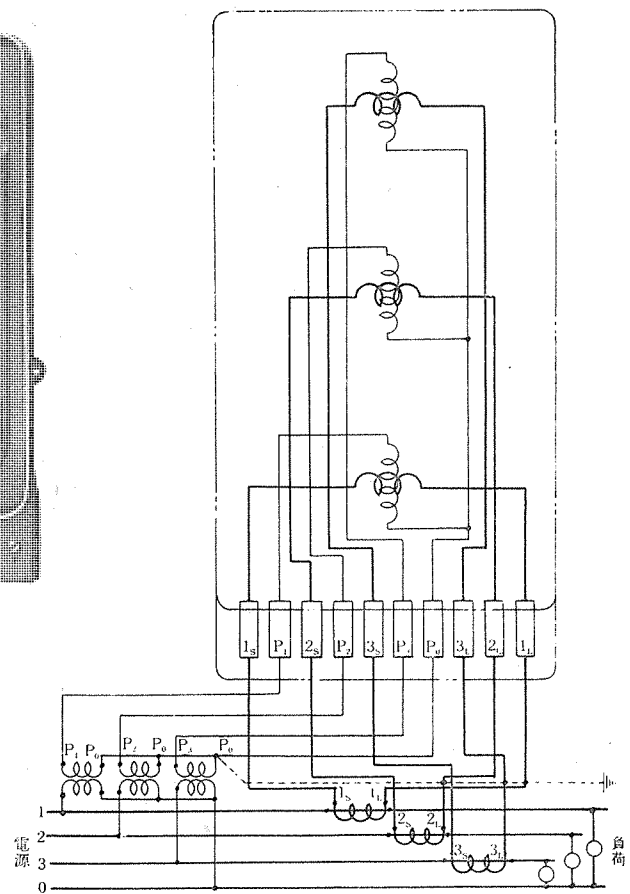
MY 三素子型は第12圖に示す如く、構造及び動作に就ては、以上に述べた三素子型によるものである。從來の MY 型に一素子つぎ足しただけのものである。第13圖は變成器附屬の場合の結線圖を示す。

MY 二素子型は外見上は從來の MY 型と殆ど同様で端子部分が異なるのみである。

特性並に諸定數、主要部分はいづれも從來の MY 型と同様であるため、特性等も同じ傾向をもつて居る。三



第 12 圖



第 13 圖

素子型 5A、127/220 V のものについて諸定數を見ると次の如くである。

始動電流 (全負荷電流に對し)	約 0.6 %
損失 電壓線輪一素子毎	1 ワット
電流線輪一素子毎	0.5 ワット
計器定數 (1 kwh に對し)	1,000 回轉
全負荷回轉速度 (毎分)	約 32 回轉
全負荷回轉力	80 瓦耗
回轉部重量	56 瓦
回轉力と回轉部分重量との割合	1.43
計器重量 (メタルカバー)	約 3.7 匁

5 結 言

以上は三相四線式積算電力計の一般並に MY 型の此の種の計器に就て述べたものである。珍らしいものではないが、初にも述べた如く今後話題に上る機會も多くなるとと思はれるので紹介した次第である。

斜坑集團ベルトコンベヤー總括制御裝置

長崎製作所 大 神 朝 喜

内 容 梗 概

炭坑に於けるベルトコンベヤー集團運轉裝置は從來の斜坑巻上機に比して輸送能力の増大、人件費の節約、危険防止等の諸點に於て斷然優れて居り、最近各炭坑に於て續々新設せられて居る。當社に於ても飯塚礦業所に納入、目下運轉中のものを始めとして其他滿洲、北海道、樺太方面として多數製作中である。本文は飯塚礦業所納入品に對する説明を基として、ベルトコンベヤー集團運轉裝置特に其の電氣裝置計畫に必要な諸條件、即ち電動機の選定、起動及操作裝置の概説と其の必要條件、及安全裝置の種類と其の方策等に就き、遂に説明を加へ關係各位の参考に供せるものである。

I 總 論

炭坑の出炭能力が坑道に於ける輸送能力に左右せられることは頗る大きい。如何に優秀な採炭機械と熟練して採炭夫とを以てしても、坑内から坑外への輸送設備裝置の不足、或は故障起れば堰止められた奔流の如く坑内に於ける混亂、危険は想像に餘りあり。之より來る能率低下、出炭減少は蓋測り知るべからざるものがある。經濟的見地より採炭と輸送との能力的 バランス は炭坑經營上最も科學的に検討すべき問題であつて、採炭技術の進歩改善に伴ひ輸送機械殊に巻上設備の改善、研究には不斷の努力が拂はれて居る。坑内よりの運炭設備としては古くから斜坑巻上機、堅坑巻上機或は稀に エンドレス 巻上機等が常識とされてゐたが、數年前より斜坑集團ベルトコンベヤーの出現を見るに到り、現在我國に於ても續々と設備せられ、遺憾なく其の威力を發揮しつつある。當社に於ては飯塚礦業所に納入目下無事運轉中であるが、此の機會に本納入品を主体として集團ベルト運轉の概要に就て述べて見よう。

集團ベルトコンベヤーが從來の巻上機に比して、大なる特徴とする所は、何よりも先づ第一に輸送能力の大きいことである。此の點のみで他の不利な條件を補つて餘りあるが、尙附帶的に次の如き利點がある。即ち

- (イ) 完全に自働運轉化されてゐるから、人件費少く構造簡單で取扱容易である。
 - (ロ) 炭車を使用せぬから危険が伴はぬ。
 - (ハ) 坑道の擴張が容易である。
 - (ニ) 電氣的に運轉が合理化されて居る故に、負荷率良好となり電源、送電系統に悪影響がない。
- 等である。

II 計 畫 概 要

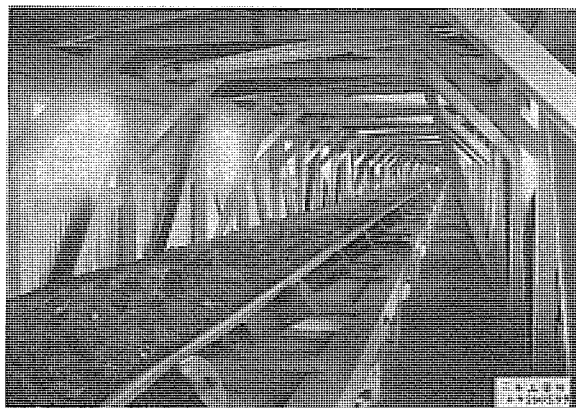
1. ベルトコンベヤー

今回設備のものは #1 より #7 迄連續ベルトで其の大略仕様は

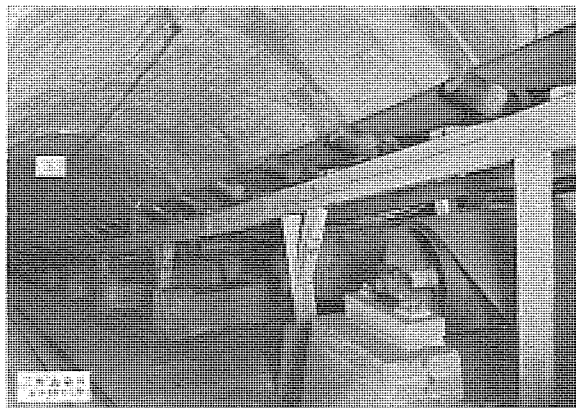
ベルト幅	914 耗 (36吋)
" 長さ	170 乃至 215 米
" 速度	90 米毎分
容 量	毎時〇〇〇噸
傾 斜	11 度乃至 17 度

而して #1 #2 及び #6 の各コンベヤーには、坑内ポケットよりフィーダーを経て石炭が送り込まれ、又 #7 コンベヤーは坑外に在り此處より、粗炭ポケット更に別個の選炭場系統に屬するコンベヤーを経て選炭室に送り込まれる。

(第 1, 3, 4 圖参照)



第 1 圖 運炭中 (坑外之部)



第 2 圖 坑口より坑内を望む

傾斜ベルトに在つては負荷停止の場合、逆轉に備へて適當な制動装置が必要である。各ベルトの原動機は從來の巻上機に比べると非常に構造簡單で電動機より二段落しの齒車箱を経て、2個の傳動調車に連結される。この外に3個の遊び調車があり、其の中外端の1個には張力装置をつけてゐる。(第5, 6, 7圖参照)

2. 電 動 機

集團ベルトコンベヤー用電動機としては巻線型、籠形の2つがある。籠形は信頼度高く管制裝置簡單で故障率が少いが、電源に對する起動電流を顧慮して減壓起動を行ふ場合があり、又負荷狀態の其都度異なるコンベヤーに對して、適當な起動トルクを得ること困難で、全負荷狀態に於て、充分な起動トルクを發生せしめる様に設計される結果、一般に起動時の衝動大きくベルトの壽命を短かくする缺點がある。

之に反して巻線型を使用し、之に時限式加速裝置を附屬せしめると、如何なる狀態に於ても、圓滑に起動することが出來、ベルトの損耗も亦少くなる。又最大回轉力も起動回轉力に關係なく充分大きく設計出来る利點がある。今回設備せるものは

130馬力、3000ボルト、50サイクル、750回轉毎分、
400パーセント最大回轉力外扇型で、滑動環は特に耐壓防爆型とした。

3. 起 動 装 置

時限式加速裝置の採用、及び防爆型といふ點で電動操作式液体抵抗器を採用し、之に必要な減速裝置、制限閉閉器等を附加した。起動容量としては、全負荷起動の場合約10乃至15回の連續起動に耐へる。(第8圖参照)。

籠形電動機の場合には、本起動器は勿論不要となり、制御方法が非常に簡單になる。

巻線型の場合の回轉子短絡用電磁接觸器、及び制御回路用繼電器類一式を含んだ防爆型制御函を、別筐として夫々設置した。

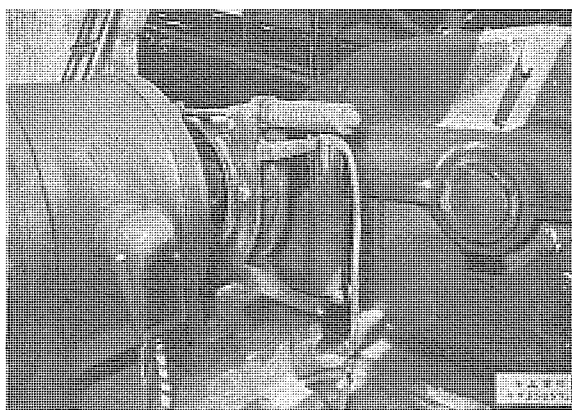
遠方操作自動運轉を行ふ關係上、電動機一次回路主閉閉器は電磁接觸器を採用し、之に必要な變成器、計器類を附屬せしめた。此の外主閉閉器の電源側に高壓油入斷路器を設け、且つ此の斷路器は非常の場合逆轉可能ならしめる爲正逆2台宛設置した。(第9圖参照)

4. 操 作 方 法

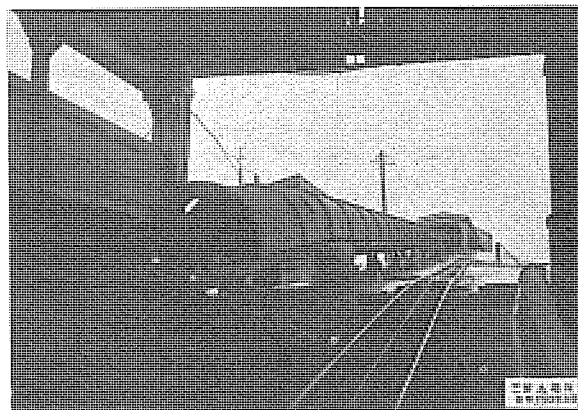
集團ベルトコンベヤー自動運轉の要訣は、一人の運轉者が全てのコンベヤーの運轉停止を、唯一組の押釦のみに依り自在に行ふ事であり、各コンベヤー現物には必ずしも、常時特定監視人を必要としない。隨時見廻りの程度で差支ない。之がためには運轉室と各コンベヤー現場間との連絡即ちあらゆる信號裝置、警報裝置は出来るだけ完備する必要がある。



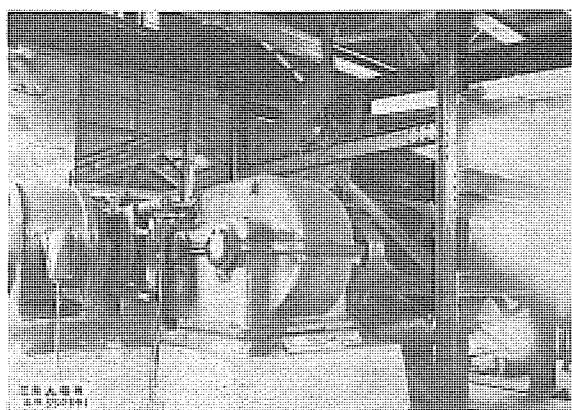
第 3 圖 最上部 (坑外) 外觀



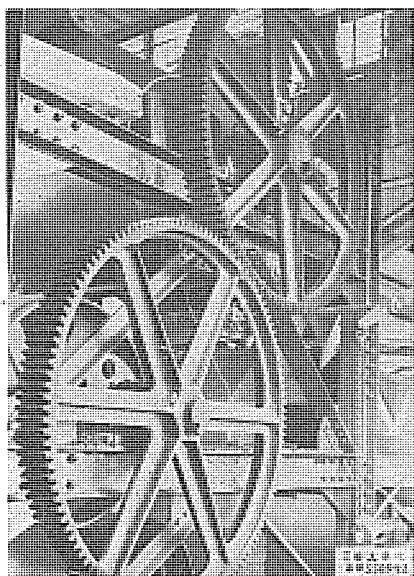
第 5 圖 機械室 (電動機 ブラシ 及 ギヤボックス)



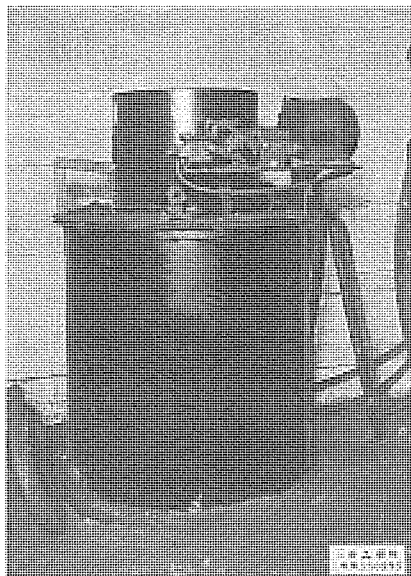
第 4 圖 坑口より坑外を望む



第 6 圖 機械室 (原動機側)



第7圖 機械室（原動機反對側）



第8圖 電動操作式流体起動機

運轉室に於ける操作、及び監視に便ならしめる爲め寫眞に示す如き机型制御盤を設け、（第10圖参照）之に必要な信號燈、警報ベル、限時繼電器、押釦開閉器等を取付け、尙コンベヤーの運轉狀態を一目瞭然ならしめる爲、照光盤を兼用せしめた。此の制御器を監視することに依り、運轉者は色々の現場の狀況を正確敏速に把握することが出来、又非常の場合に際して、如何なる臨機應變の處置をも執り得るのである。

各コンベヤー現場には警報ベル、信號燈、操作開閉器を設置する。此の中操作開閉器は“總合”“停止”及び“單獨”の3ヶのノッチを有し、必要に應じて停止（非常停止の意味にもなる）及び當該コンベヤーのみの單獨運轉を行ひ得る。

集團ベルトの運轉條件としては、次の各項目が挙げられる。

（イ）順序起動。石炭流動方向と逆方向の順序に、或る時隔を以て順次起動を行はしめる。

（ロ）順序停止。石炭流動と同一方向の順序に、或る時隔を以て順次停止を行はしめる。此の場合にはベルト上

に残存する石炭が、凡て零になる時隔が望ましい。

（ハ）一齊停止。必要の場合には全コンベヤー一齊に停止する。

以上（イ）（ロ）（ハ）は各現場と連絡の上運轉室に於て行ふ。

（ニ）故障停止。或る特定のコンベヤー故障の場合には其のコンベヤー現場に於て自動的に、或は人爲的に非常停止せしめる。此の場合當該コンベヤーを含めて、石炭送込側（坑底側）のコンベヤーは、全部一齊に自動的に停止され、石炭送出側（坑口側）のコンベヤーは其のまゝ運轉を續ける。而して當該コンベヤーが故障より復活した場合には上述の停止群のコンベヤーは自動的に順序起動を行ひ、全体とし總括運轉狀態に入る。

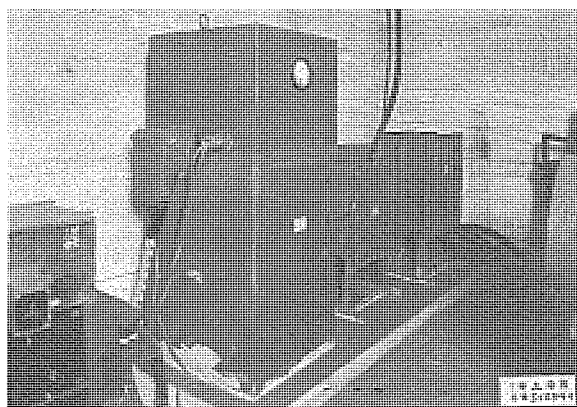
（ホ）單獨運轉。或る特定のコンベヤーを現場に於て、單獨に運轉可能ならしめる。之は試運轉時、或は故障手直の際等必要である。單獨運轉を行ひ度い場合には、運轉室と連絡を執り運轉室机型制御盤上の切換スイッチを單獨側に入れることを必要とする。單獨運轉は常時頻繁に起り得べき性質のものでないこと、及び操作回路を成なるべく簡単にし安全確實性を増す爲めとの理由に依り、上記の如き計畫が望ましく單獨運轉時の操作上の多少の不便は犠牲とすべきである。

上記の（イ）（ロ）に於て適當な時隔を持たしめるため、時限裝置が必要である。

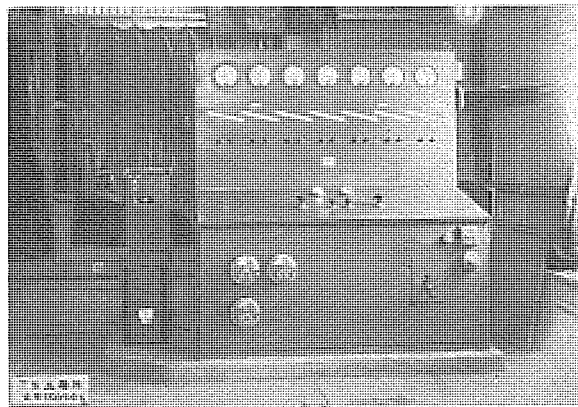
此の方法としては

- 電動操作主幹制御器を使用する法。
- 限時繼電器に依る法。
- 電動操作主幹開閉器と限時繼電器とを巧に結合する法。
- ベルトの速度要素を取入れる法。

等色々あるが、要は制御回路を出来るだけ簡単にして其の故障率を少くすること。器具の安全確實性を確保する



第9圖 制御器類



第10圖 總括運轉用机型制御盤（右）並電動操作式主幹制御器

こと等が必要条件であり、當社今回設備のものは(a)を採用したが目下(b)の方法の一變形で更に インターラプター方式として、限時繼電器の數を主幹回路のみに設けて、其の數量を減少した新方式を研究製作中である。

5. 操作回路に就て

集團 ベルト 總括運轉計畫に當つて注意すべきことは、操作回路を出来るだけ簡單とし、運轉室より各 コンベアー現場に至る操作線の本數を少なくすることである。之は保安上、經濟上望ましいことであるが、一方完全な非常裝置、信號裝置を裝備すること、本質的に矛盾を來すもので、此の點設計上最も苦心を要する。今回設置したものは、主幹制御器操作式で運轉室より坑底最下端迄の共通線 11 本、運轉室より各 コンベアー 迄の單獨線 7 基分合計 31 本、隣接 コンベアー 相互間 3 本宛合計 45 本を要した。此の中單獨線 31 本は平均 1 本長さ約 700 米、其の他は坑道長即ち約 1400 米である。

従つて操作線に就ては、其の線絡の電壓降下に對しては慎重な考慮を要し、殊に最下端に設置さるべき繼電器類に對して、電壓降下の爲め不動作を起さぬ様注意を要する。此の見地より働作電流の大きい一次側主電磁接觸器、及び回轉子側抵抗短絡用電磁接觸器に對しては、各 コンベアー 現場に變壓器を設置し、此の二次回路に此等コイルを挿入することが望ましい。

6. 安全裝置

ベルトコンベアー 集團運轉に際して通常起り得べき故障と考へられるもの、及び之等の對する保護裝置とし下記のものが挙げられる。

(イ) 電動機過負荷

各電動機毎に熱働繼電器を設け、瞬間的の過負荷には働作せず、過負荷電流が或る時間繼續した時働作して非常停止を行ふ。

(ロ) ベルト 滑り又は切斷

遊び調車に適當な速度繼電器を取付け、原動機速度に對して ベルト の速度が或一定以下に落下した場合働せしめて急停止を行ふ。

(ハ) ベルト 隣接部石炭異常堆積

之は實際問題として屢々起る事件であつて、堆積量が過大になれば、之が取除き整理に莫大な時間を要し、生産高を阻害すること大なるものがあり又機械的に故障を起し易い。

之に對しては ベルト 隣接部分に適當な リミットスイッチを設け、或程度以上堆積の場合急停止を行ふ。

以上故障の場合には前記第 4 項 (二) に於て述べた如き働作が自動的に行はれ、運轉室へは故障信號が送られる之等の故障を、自動的に別個に識別可能な様な裝置を設けることは、餘りに信號回路複雑となるため、普通には纏めて單一信號としてゐる。現場に於て故障箇所を發見すれば、徹底的に修理の上再起動せんとする場合に、意識的に現場の押釦を押すことに依り危険を防ぐべきである。

(ニ) ファイダーとのインターロック

集團 ベルトコンベアー には最下部の ベルト 及び途中のベルトにも ファイダー が連結せられる。此等 ファイダーとのインターロックとして、之と關係した コンベアー が運轉中で無ければファイダーを起動し得ない様な裝置が必要で、運轉室照光盤にも ファイダー の運轉狀況明示するを可とする。

薄鋼板の焼入法に就て

名古屋製作所

大 森 淳 夫

鈴木吉右衛門

内 容 梗 概

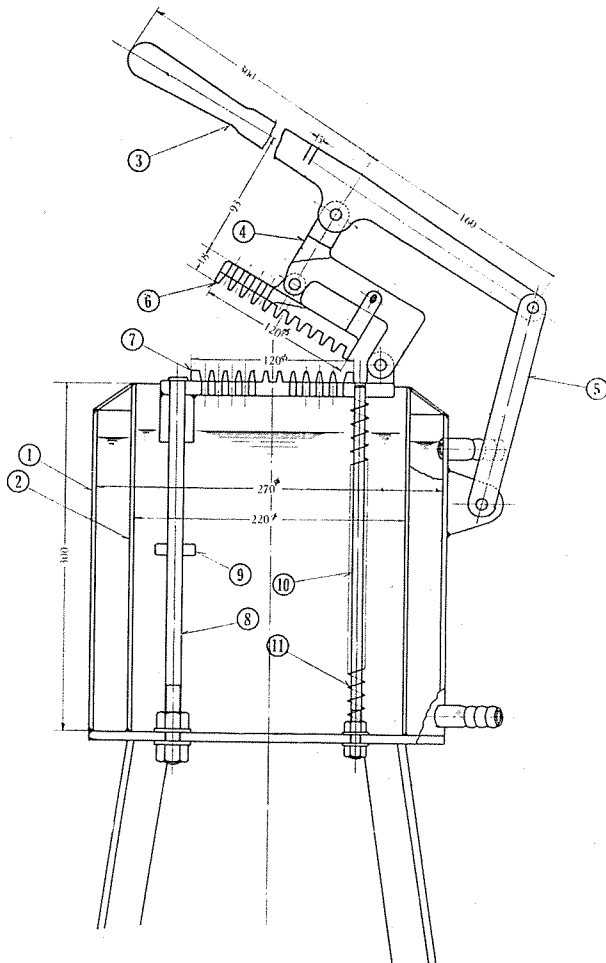
本文は、薄鋼板の焼入作業に於て、可及的歪を小にし、良好な機械的性質を附與する熱浴焼入法、及び プレス 焼入法の二方法を述べ、其の得失を論じたものである。

1 緒 言

品物を焼入する目的は、勿論所要の機械的性質を附與するものであるが、製品である以上、必ず歪を可及的小にすることを要求されるものである。特に、辨板、メタルソーの如き薄鋼板の焼入に於ては、歪が大きな問題となる。依つて高温より冷却し、熱歪、變態歪を生ずる時、プレスにより確實に保持する方法と、熱浴により恒温變態を生ぜしめ、焼入應力を減少する方法とを採用した。

2 プレス 焼 入 法

第1圖は焼入 プレス の構造を示す。



第 1 圖

(1) 冷却水素、(2) 油槽、(3) 把手、(4)、(5) リック、(6) 上部押へ板、(7) 下部押へ板、(8)、(10) ガイド 棒、(9) ストッパー、(11) 發條、

(7) の上に品物を置き、把手、(3) を押し下げると、(4)、(5) の リック により(6)、(7) 間に品物を挟み、發條(11) を押し縮めて、油中に入る。

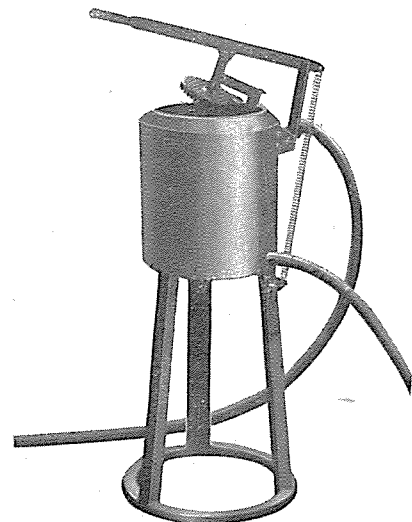
冷却油は水套により冷却される。(1) 第2圖は全体の寫眞を示す。

此の焼入 プレス は、最初製作した時には、種々の點を考慮して、もつと複雑な構造のものであつたが、使用してみた結果、各部を省略して、此の簡単な形となつたのである。

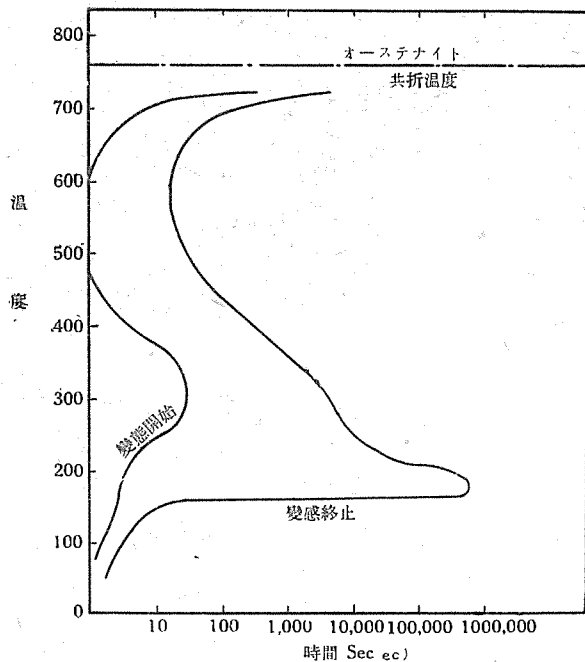
最初の物は、押へ板(7)に(6)が平行に働作するやうに、尙一組の ガイドピン を備へて、(6)が先づ其のガイドに當り(7)と平行になり、後品物を押へ油中に入るやうになつて居た。又下押へ金(7)の齒から細い針を出し下から發條で押し、此の上に先づ品物を置き、品物が直接齒に觸れて冷却するのを防ぐやうになつて居た。尙中央の孔から油が噴出する裝置も考慮してあつた。

3 熱 浴 焼 入 法

之は オーステンパー 法として、最近知られて居る方法で勿論 S カーブ の應用である。



第 2 圖



第 3 圖

第 3 圖は使用した鋼板と比較的近い組成を持つ炭素鋼の S カーブを示す。

此の オーステンパー 法とは、焼入温度にまで加熱し、之より鹽槽中で冷却し恒温變態を起させる方法である。

第 1 表は 800°C に加熱し、250°C, 300°C, 320°C, 330°C, 340°C, 350°C の各温度の鹽槽中で急冷し、之等の各温度に保つ時間を種々變へた場合の硬度變化を示す。

例へば、800°C より 300°C の鹽槽中に冷却し、此の

温度に 3 分間保持し、後水冷した場合の硬度は ロックウェル C スケールの 60 であり、12 分間保持したものゝ硬度は H_{RC} 54 である。表中の寫眞番號は、第 4 圖の顯微鏡寫眞の番號を示して居る。

第 4 圖は第 1 表の各場合の顯微鏡寫眞で、#7、#12、#17、#22、#31 等の寫眞の白い部分は未だ變態しないオーステナイトの部分である。オーステナイトは水冷により、マルテンサイトになるので、ベーナイトより腐蝕度が少ないので白く出たのである。針状は勿論ベーナイトである。此の白いマルテンサイトの量により變態の進行度を知ることが出来る。

以上の結果を綜合して、320°C にて 15~20 分間保持するのが適當と思はれる。

4 熱浴焼入、プレス 焼入法の比較

第 2 表に機械的性質の比較を示す。之に使用した試験片は、徑 4.05 耗、標點距離 14 耗のもので、試験機は、テンソメーターを使用した。

以上の結果から、オーステンパー 法の方が伸び、及び收縮率に於て優つて居る。

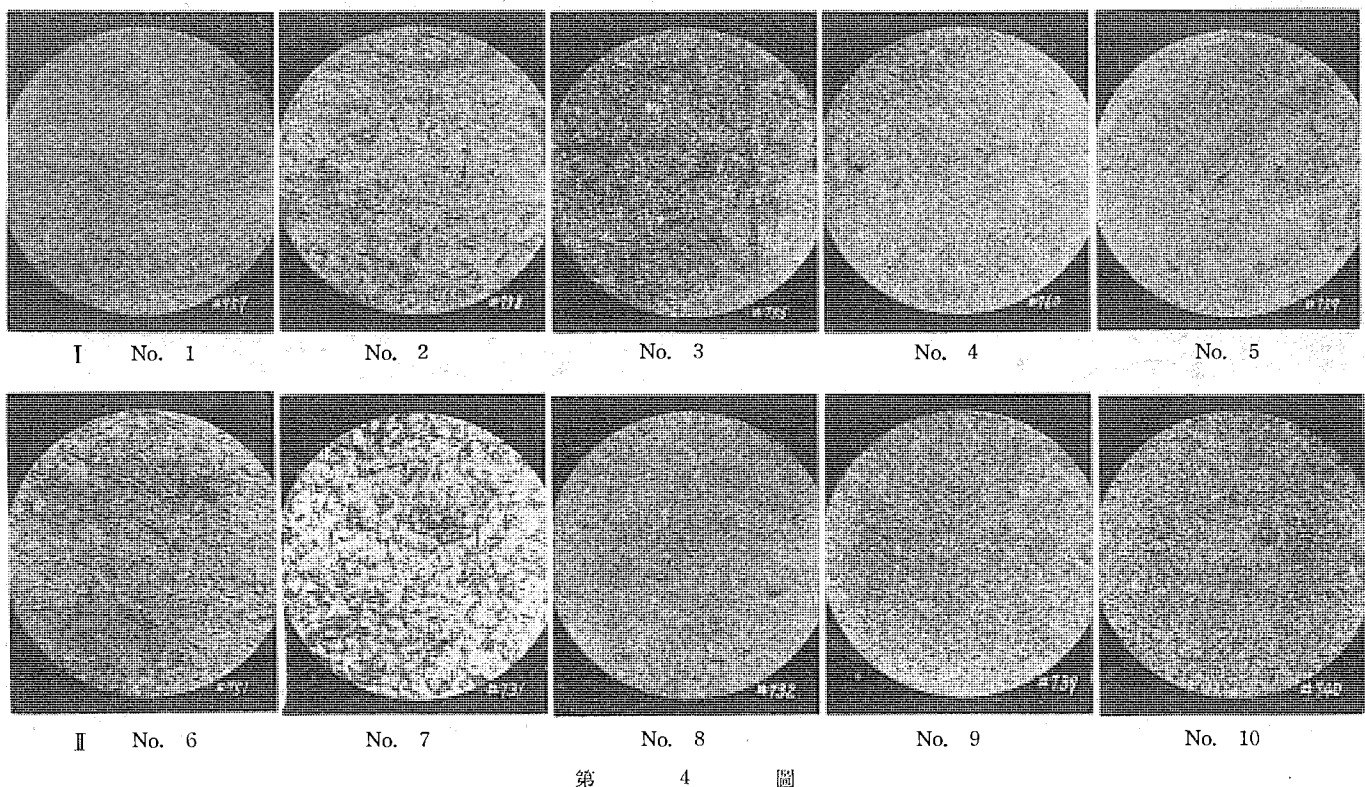
5 焼入歪の比較

使用した試験片は徑 90 耗、厚さ 1.6 耗の圓板で中央に徑 40 耗の穴を有する。

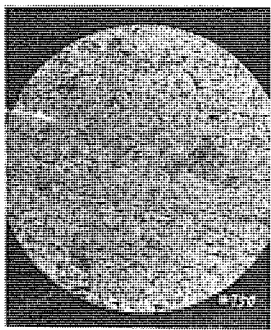
歪の測定には第 5 圖の如き測定器を使用した。

(1) ピストン、(2) シリンダー、(3) インヂャーター (A)、(B) 測定面、(C) 試験片

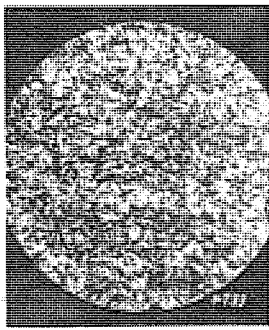
試験片を (A) 面上に置き、上から(1)を降し、(A)、



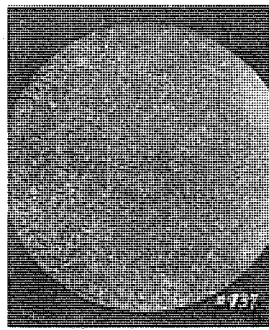
第 4 圖



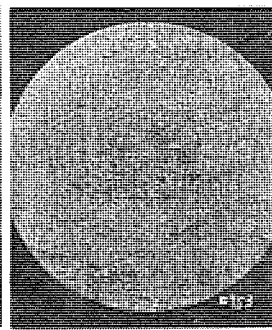
Ⅲ No. 11



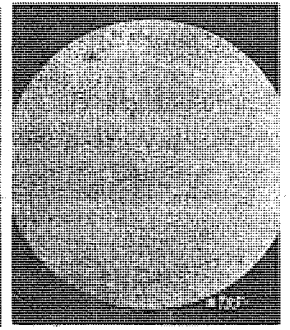
No. 12



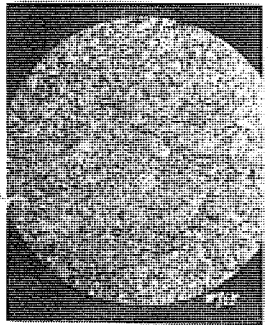
No. 13



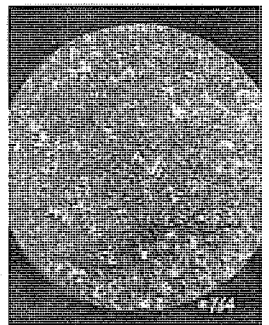
No. 14



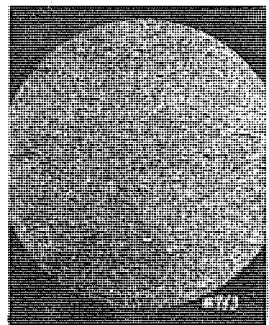
No. 15



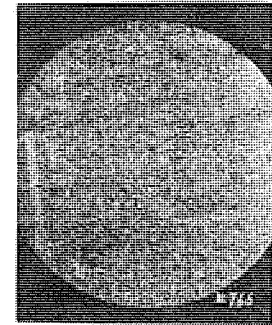
Ⅲ No. 16



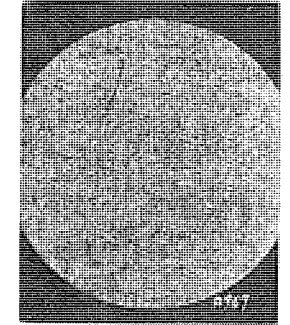
No. 17



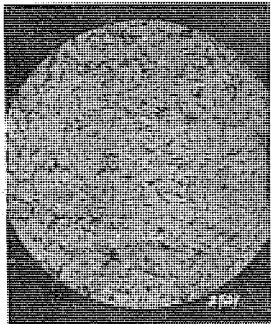
No. 18



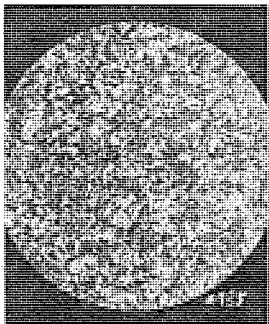
No. 19



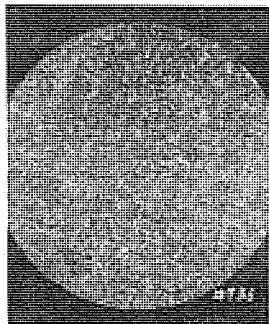
No. 20



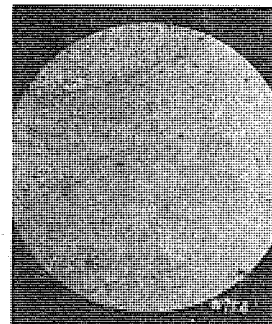
V No. 21



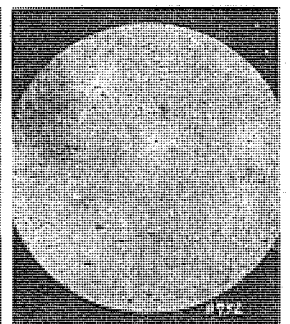
No. 22



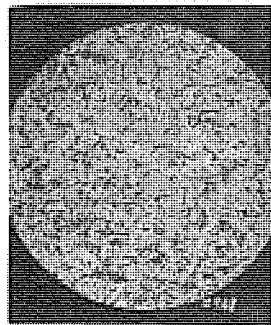
No. 23



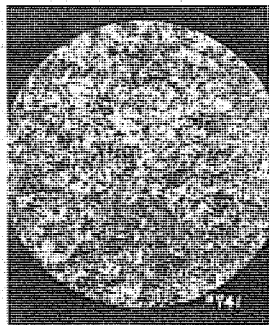
No. 24



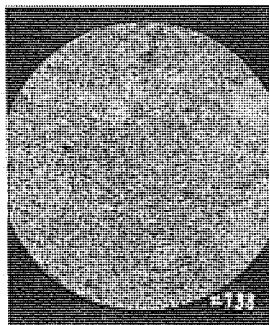
No. 25



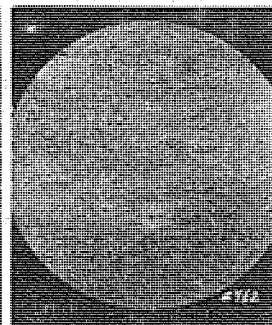
Ⅵ No. 26



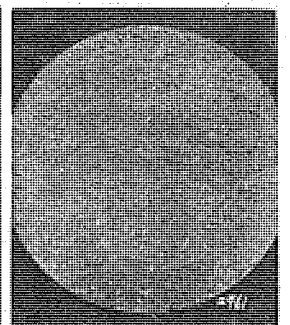
No. 27



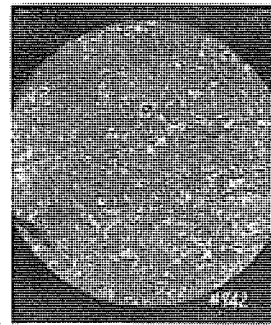
No. 28



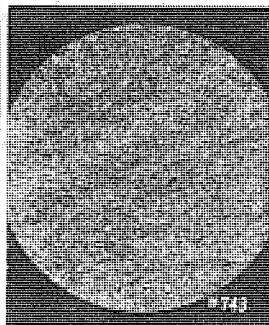
No. 29



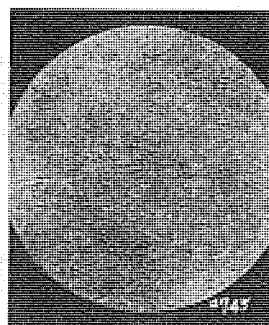
No. 30



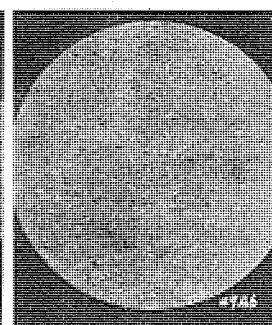
Ⅶ No. 31



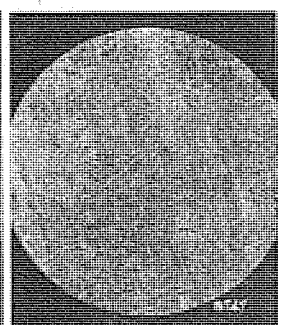
No. 32



No. 33



No. 34



No. 35

第 1 表 C 0.79 Si 0.28 Mn 0.33

(I) 800°C より 250°C に急冷、全温度に保持

寫眞番號	1	2	3	4	5
保持時間	½ 分	4 分	16 分	60 分	120 分
硬度 H_{RC}	65.5	65	10	60	59.5

(II) 800°C より 300°C に急冷、全温度に保持

寫眞番號	6	7	8	9	10
保持時間	1 分	3 分	12 分	20 分	60 分
硬度 H_{RC}	65	60	54	53	53

(III) 800°C より 310°C に急冷、全温度に保持

寫眞番號	11	12	13	14	15
保持時間	1 分	3 分	12 分	20 分	60 分
硬度 H_{RC}	66	55	49	50	50

(IV) 800°C より 320°C に急冷、全温度に保持

寫眞番號	16	17	18	19	20
保持時間	1 分	5 分	12 分	20 分	40 分
硬度 H_{RC}	58	53	52	51	51

(V) 800°C より 330°C に急冷、全温度に保持

寫眞番號	21	22	23	24	25
保持時間	1 分	3 分	6 分	12 分	30 分
硬度 H_{RC}	61	52	51.5	50	50

(VI) 800°C より 340°C に急冷、全温度に保持

寫眞番號	26	27	28	29	30
保持時間	1 分	2 分	4 分	7 分	12 分
硬度 H_{RC}	58	52	50	50	50

(VII) 800°C より 350°C に急冷、全温度に保持

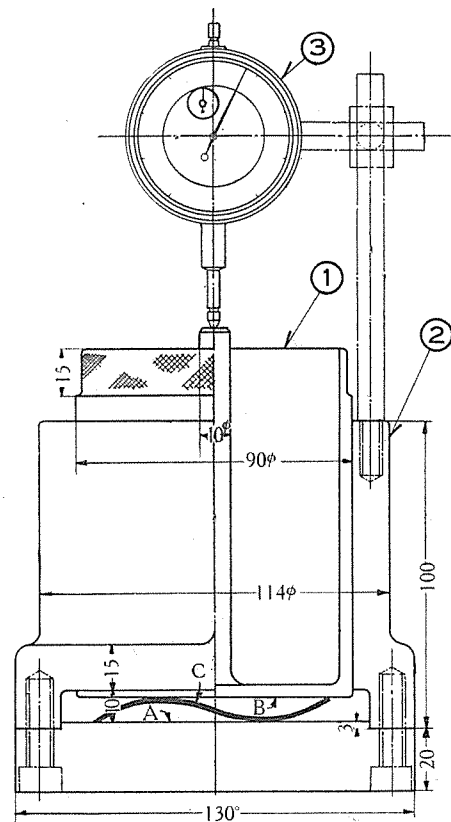
寫眞番號	31	32	33	34	35
保持時間	1 分	2 分	4 分	7 分	16 分
硬度 H_{RC}	46	45	44	46	45

第 2 表

	抗張力 kg/mm ²	伸 %	收縮率 %	硬 度 H_{RC}
プレス焼入法 800°Cより焼入、360°C 焼戻	173	3.5	22	51
熱浴焼入法 800°Cより焼入、360°C に 20 分間保持	186	7.4	46	50

第 3 表

試片番號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
熱浴焼入法	0.16	0.37	0.18	0.04	0.17	0.09	0.06	0.13	0.24	0.17	0.161
焼入プレス法	0.07	0.08	0.05	0.06	0.05	0.03	1.07	0.08	0.06	0.02	0.057



第 5 圖

(B) 兩面間に (C) を挟み、此の時の (A)、(B) 兩面の距離を (3) のインヂケータにより読み、之より板厚を減じたものを歪とした。

第 3 表はかくして測定した歪の比較表を示す。

第 3 表に見られる様に、オーステンパー法は平均歪 0.161 プレス焼入法は 0.057 で、プレス焼入法の方が歪も平均して、然も少く、オーステンパー法の中には良好なものもあるが、不揃ひで、一般に歪も大きいことがわかる。

勿論普通の焼入、焼戻法による時は、2~3 程度度の歪を生じ、之に比較すれば、オーステンパー法は比較にならぬ程歪は少である。

6 結 言

以上の事項を綜合して考へると、歪を小にし、然も最高硬度を要する場合には、プレス焼入法が有利であり、相當の硬度、即ち $H_{RC} 50$ 程度を有し、然も粘いことを要求される場合には、オーステンパー法が優れて居る。

然し、オーステンパー法でも、鹽槽中にてプレスを使用する如く装置すれば、歪はプレス焼入法より小にする見込は充分にあり、之は今後の研究問題である。