



三菱電機

第 18 卷

昭和 17 年 10 月

第 10 號

研 究 部 特 輯 號

内 容 目 次

巻頭言 不足資源の擴充	堀部長	297
超高周波發振管に於ける内外回路の平衡條件	薄井	298
超短波の波長測定に就て	神田、井上	305
並行線回路系輻射特性の計算	薄井、中塚	311
可飽和鐵心を有する非線型振動回路の研究	林	317
Heavide 演算子法に對する新しい考察と その電氣回路解析に於ける應用	菅野	327
消イオン時間に就て	小涼	339
一般用壓延鋼材普通種 SS00	西原	347

三菱電機株式會社

三菱電機

第十八卷

昭和十七年十月

第十卷

不足智源の擴充

研究部長 堀 元 夫

一度宣戦の大詔渙發せらるゝや、大御稜威の下、海に陸に、空に、皇軍の向ふ處敵するものなく、矢つぎ早に報道せらるゝ赫々たる戦果は、迅雷耳を蔽ふに遑なく、半歳ならずして軍事目標は略完了し、一年ならずして新秩序の建設も其第一段階は一先づ緒についたかにさへ見えるのである。

十二月八日迄は英米の持つ優秀なる科學力、豊富なる物資力に恐れおのゝいて、戦争など以ての外と論ずる愛國者の多かつた事は事實である。陸海軍の計畫が是程迄に周到に立てられて居ようとは夢想だも出來ず、皇軍の持つ底力が是程大きからうとは想像しえなかつた事で、英米を敵に廻したと聞いただけで驚き恐れたのも無理からぬ事である。然るに戦果の漸次擴大されるにつれ、急に力味返つて英米が何だ、鎧袖一觸ではないか、科學力が何だ、精神力が旺盛でさへあればと威張り出したかに見ゆる節もある。

翻つて、我々の棲む科學技術の世界を見るに、此戦争によつて完全に外國と遮斷されて終つた事は事實である。戦前には一寸六ヶし相な機械、新しい器具といへば必ず輸入品と決つて居たのに、今や一冊の雑誌も一個の見本も入る途は杜絶し、一つの技術的情報を得る道も無くなつたのである。敵性國家からは固よりの事樞軸國の情報さへ入手出來ぬ事となつたのである。

曾てさる日本の醫學の大家に、日本の醫學は獨逸の醫學に對しどの位遅れて居るかと聞いた處、即座に二ヶ月と答へたとか、當時二ヶ月すれば獨逸醫學の粹は、雑誌其他を通じ凡て日本に輸入せられる事を皮肉に云ひ表はしたものだと思はれる、夫が今日となつてはよしんば戦争が終つても其様な時代がめぐり來ようとは考へられぬ事になつた。文字通り孤立無援の状態に置かれたのである。

數年前、爲替管理法が出來て輸入が窮屈になつただけで、日本の工業がどの位進歩したか判らぬ。五年前なら

ば、絶対に國産では作らぬ様な大きな機械、精巧な器具が國産で間に合され、加之も舶來よりも優秀なる成績を上げて居る例は枚舉に遑ない位である。

最近ある飛行機會社の權威者が、此戦で吾々はやれば出來るといふ自信を得たと云ふのを聞いたが、是こそ今次大戰の偉大なる戦果の一つであると思ふ。

今日、吾が皇國に生を享け、而かも科學技術の研究に携はるものは幸なる哉、昔なら研究費を吝しむで、外國の特許を買ひ、一から十迄輸入技術で賄つて居た經濟人も夫ではいかぬのだといふ事が判り、科學技術の進歩といふ事が大きく世の中に クローザアップ された事は疑もない事であつて、研究人たるものゝ奮起すべき絶好のチャンスと思はれるのである。日本の科學技術を形の上だけでも大凡そ歐米烈強と比肩しうる爲には、少くとも戦争がもう五年續いて其間外國と絶縁する事が望ましいと云ふ人があるが、蓋し一面の見方ではあるまいか。

兎に角、科學技術の向上促進といふ事が國論として大きく取扱はれる様になつたのは確に一新紀元といふべきであるが、尙々觀するに、徒らに大鼓を叩く人のみ多く單なる空論に流れ、足が地について居ない様に思はれる科學技術の躍進とは一体誰がやるのだらうか、エラ 方が集つて机の上で デッチ 上げるといふ性質のものでなく、薄暗い實驗室に立籠つて孜々として倦まざる優秀なる頭腦の持主によつてなされるのである。加之も問題は其數である。獨逸に於ける研究機關の數、研究員の數が八ヶ釜しく喧傳されて居るにも拘らず、一向之に見倣ふとしないのはどうした事か。

生産擴充に對しては政府も民間も大童になつて居るが研究は必要だらう。併し背に腹は代へられぬ。人もやれぬ、資材も我慢しろといふ風に見えるのは辟目か。今日生産の世界には不足資源の擴充が大きく取扱はれると同じく、科學技術の世界には不足智源の擴充を本氣に考へて欲しいものと思ふ。

超高周波發振管に於ける内外回路の 平衡條件に就て

研究部 工學博士 薄 井 廉 介

内 容 梗 概

超短波、極超短波發振器の動作特性を内外回路の平衡條件より吟味して居る。數式的の處理はほとんど不可能なる故に インピーダンス 軌跡につき圖上で論ずる。

發振の原動力となる驅動抵抗を含み、電極間容量と導入線とで成る内部 インピーダンス に對照して外部の負荷回路の インピーダンス の釣合を考へ、周波數及び振幅の決定を行ふ。

内部容量により驅動抵抗の等價値の増大を論じ、發振能力の低下を示し、これの補償法としての内部 タンク 回路の効用を述べて居る。更に周波數の跳躍現象を論じ、周波數安定器使用に當り留意すべき諸點を指摘して居る。

1 緒 言

短波以上の長い波長の電磁波に對しては真空管と回路とは分離して考究できる。勿論真空管定數は回路に重大な關係があるが、この定數は從として回路の一部として取扱ひのできるものである。然るに超短波以下の波長に對しては、真空管の内部回路が主となり、外部回路を從として處理する必要にせまれて來る。特に電子の慣性を利用した B-K 管、磁電管或は速度變調管等に於いては、電子運動そのものが主振動回路を形成して、現象はなかなか複雑になつて來る。

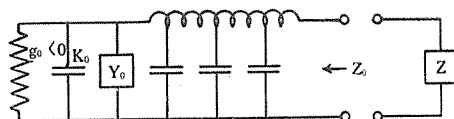
電子振動の發振機構の定量的特性は未だ詳でないが、比較的特性の明である三極管反結合型の發振器を基準として考究して行くと、ある程度の共通性があり逆に電子振動機構の研究にも寄與し得るものである。

超高周波發振管に於いては、内部回路（靜電容量及びタンク回路も含む）と共に導入線が大きな作用をなし、外部の負荷回路との整合に當り複雑な關係を生ずる。即ち周波數の跳躍がよく起り安定なる動作狀態が得難いものである。

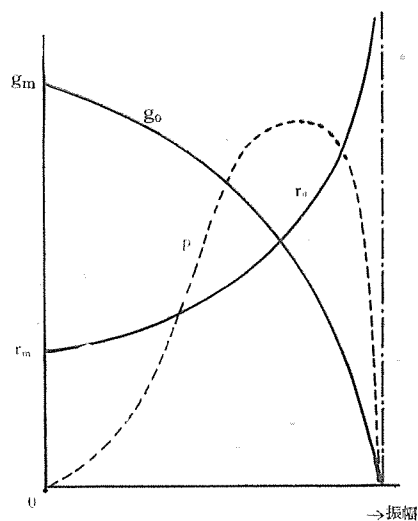
かつて導入線的作用として周波數の跳躍現象⁽¹⁾のみを論じたが、本文は之に内部靜電容量の影響を加味し勵振作用の低下を論じ、内部 タンク 回路はこの低下を補償する作用のある事を理論的に述べる。本文の大略は今春の電氣三學聯合大會で發表⁽²⁾したが、更に幾分敷衍して現象の理解に重點を置く事にした。更に副産物として複雑な電子振動機構究明の端緒にでもなれば望外の幸である。

2 發振回路系の構成と負性抵抗特性

現存の諸種の自動發振器は主として並列型で電壓作用型の負性抵抗（寧ろ負性コンダクタンス）のものである。磁電管等の電子振動發振器も、並列型なる事が明白な反結



第 1 圖



第 2 圖

合三極管と大差なく、兩者共に負性コンダクタンスと並列に内部靜電容量 K_0 を持ち、なほ内部にタンク回路ある場合には更にこの回路の表すアドミタンス Y_0 が並列に入り、導入線が分布常數の並行線回路を形成し第1圖の如き等價回路を假定する事ができる。

電子振動管と普通の反結合管と異なる點は固有周波數の有無にある。併し考へやうではこの固有周波數も内部タンク回路で代表せしめる事ができるから之等兩者は軌を同じくして論じ得る事になる。

發振の原動力となる負性コンダクタンス $g_0 = -1/r_0 < 0$ は振幅の函數で大略第2圖の如き變化を行ふ。補極パイ

アス等によつて零振幅附近は必ずしも圖の如くではないが、小振幅では g_0 が最大で (g_m で示す) 振幅が増大すると共に減少し或振幅で零となる。抵抗 r_0 (以下驅動抵抗と呼ぶ) で表せば小振幅の r_m は最小で、振幅が増加すると共にこの抵抗も増大し、或振幅で無限大となる。これによる發振出力は同圖點曲線 P で示す如く、 $g_0 E^2$ で表はされるから、初めは拋物線狀に増加し最大値を示し後急激に下降して零となる。發振能率も大略この P と同じ傾向を取る。

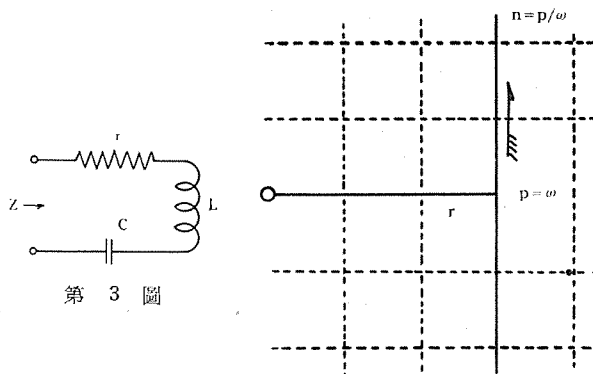
斯くの如く驅動抵抗は一定でなく最小値あり、それ以上の値ならば如何程でも取り得てこの抵抗値で振幅も確定する。發振條件を満足する、即ち負荷の並列抵抗よりこの驅動抵抗が小さいと、發振器は起動し振幅の増大に伴ひこの値も増加し負荷の等價並列抵抗に平衡するに到つて振幅増大は停止し安定永續振動が得られるのである。

真空管の負荷端子から見た内部の等價インピーダンスを Z_0 とすると、この Z_0 は角周波數 p , r_0 , k_0 , Y_0 及び導入線の定數等の函數であつて、之が外部回路のインピーダンス Z と平衡する場合に定常永續振動が得られる。即ち

$$Z_0 + Z = 0 \quad \text{或は} \quad -Z_0 = Z \quad \dots\dots\dots (1)$$

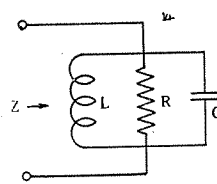
の條件に従ふものである。此の平衡條件を數式のみによつて處理すると、實數、虚數の兩部あり、一般には極めて複雑な圓函數の入つた高次代數方程式を解くを要し、實用上は不可能に近い。よつて本文では Z_0 , Z 共にインピーダンス軌跡を描き、圖式によつて平衡條件を求める方法を取る。

負荷インピーダンス Z に対しては、抵抗分をパラメタとした可變 p の定抵抗軌跡を描く事ができる。處が内部インピーダンスの $-Z_0$ は Z の負荷によつて r_0 が可變であるから p をパラメタとした多くの可變 r_0 の軌跡を描く必要がある。 Z 軌跡に於いては p は右廻り、 $-Z_0$ 軌跡では p は左廻りに増加するものなる故、之等兩軌跡の p は必ずどこかで合致する。よつてこの合致點が r_m より大なる範圍にあれば自動振動を行ひ、その p が周波數を、而してこの點に相當する r_0 が振幅を決定する。即ちこの場合 r_0 は最小値 r_m 以上に於いては伸縮自在で彈性結合子の役目をなし Z , Z_0 を平衡せしめる。

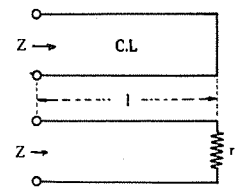


第 3 圖

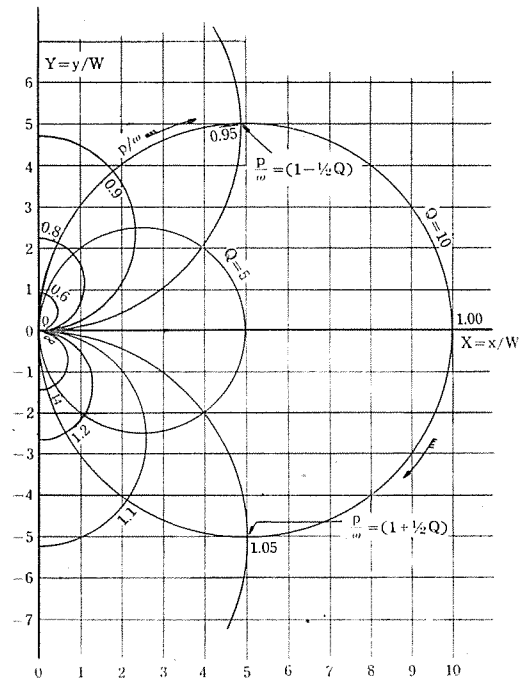
第 4 圖



第 5 圖



第 6 圖



第 7 圖

3 負荷回路のインピーダンス軌跡

負荷回路の基本型として次の三型が考へられる。

- a) 純直列回路 (第3圖)
- b) 純並列回路 (第5圖)
- c) 單一並行線回路 (第6圖)

之等の Z 軌跡は既に公知であるが $-Z_0$ との組合せの爲に一應検討して見る。

純直列型は第3圖の r , L , C よりなり

$$Z = r + j(pL - 1/pC) = r + jW(n - 1/n) \quad \dots\dots\dots (2)$$

茲に $W = \sqrt{L/C}$, $n = p/\omega = p\sqrt{CL}$

このインピーダンス軌跡は第4圖に示す如く極めて簡單である。

$$\left. \begin{aligned} \text{定 } r \text{ 軌跡は } x &= r \\ \text{定 } n \text{ 軌跡は } y &= W(n - 1/n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

次に純並列回路は第5圖の R , L , C よりなり

$$Z = \frac{1}{1/R + j(pC - 1/pL)} = x + jy \quad \dots\dots\dots (4)$$

定 R 軌跡は圓で

$$(x - R/2)^2 + y^2 = (R/2)^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

定 p 軌跡も同じく圓で

$$x^2 + \left\{ y + \frac{W}{2(n-1/n)} \right\}^2 = \left\{ \frac{W}{2(n-1/n)} \right\}^2 \quad \dots\dots\dots(6)$$

W, n は (2) 式と同様で、亦この場合 Q なる同調鋭敏度を表す定数が定義され一般に使用されて居る。即ち

$$Q = R\sqrt{C/L} = R/\omega L = R\omega C \quad \dots\dots\dots(7)$$

之等兩圓の軌跡群を第 7 圖に示す。

なほ一般には損失項として上の並列抵抗 R の代りに L と直列の抵抗 r を用ひ

$$Q = \omega L/r = 1/\omega Cr = \sqrt{L/C}/r \quad \dots\dots\dots(8)$$

で Q を表して居る。よつてこの r を等価 R で表せば

$$R = (L/C)/r \quad \dots\dots\dots(9)$$

の関係にある。これは $n=1$ の同調點附近のみ正しく、同調を外れるほど誤差が大きくなる。併し r を用ふると大略は第 7 圖の圓關係が得られるから並列抵抗の R を以つて損失項を代表せしめた。

次に並行線回路の第 6 圖では

$$Z = W \tanh [a + jb] = x + jy \quad \dots\dots\dots(10)$$

茲に $W = \sqrt{L/C}$ 並行線の波動抵抗

$a = \text{損失率} = \tanh^{-1} r/W$ (一例)

$$b = p\sqrt{CL}l \approx \frac{p}{c}l; c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/s} \approx 1/\sqrt{CL} \quad \dots\dots\dots(11)$$

上 (10) 式で b を消去すれば

$$(x - W \coth 2a)^2 + y^2 = W^2 \operatorname{cosech}^2 2a \quad \dots\dots\dots(12)$$

又 a を消去すれば

$$x^2 + (y + W \cot 2b)^2 = W^2 \operatorname{cosec}^2 2b \quad \dots\dots\dots(13)$$

何れも第 8 圖に示す如き圓の軌跡群を得る。

この圓軌跡に於いて實数の最小最大は

$$\left. \begin{aligned} b = n\pi & \quad \text{で } x_{\min} = W \tanh a = r \\ b = (\frac{1}{2} + n)\pi & \quad \text{で } x_{\max} = W \coth a = W^2/r \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

n は零或は整数

となり、この二點を兩端とする圓によつて定 a 軌跡が表はされる。

$r/W > 1$ の場合は上の最小最大の關係は逆になるが何れも p 即ち b は右廻りに定損失率圓上を増加して居る。之の p の右廻りは負荷 インピーダンス 全般に通ずる特性である。第 7 圖の並列回路に於いては勿論であるが、第 4 圖の直列回路に於いても x_{\max} が無限大となつた圓の一部と見做せば、同様 p は右廻りに増加する事になる。この p の右廻り増加は電源 インピーダンス $-Z_0$ の左廻り増加と組合さつて平衡條件を與へる。

4 驅動抵抗を含む内部インピーダンス軌跡

第 1 圖の内部回路 Z_0 の インピーダンス 軌跡を検べて見る。計算の都合上 Y_0 は K_0 中に含ませて後で適當に考慮すればよろしい。即ち第 9 圖につき

$$Z_0 = W_0 \coth (\theta_0 l_0 + \varphi_0) \quad \dots\dots\dots(15)$$

茲に φ_0 は $-r_0, K_0$ よりなる並列回路の等価双曲角で

$$\varphi_0 = \tanh^{-1} W \left[-\frac{1}{r_0} + jpK_0 \right] = \alpha + j\beta \quad \dots\dots\dots(16)$$

と置くと

$$\alpha = -\frac{1}{2} \tanh^{-1} \frac{2W_0/r_0}{1 + W_0^2[(1/r_0)^2 + (pK_0)^2]} \quad \dots\dots\dots(17)$$

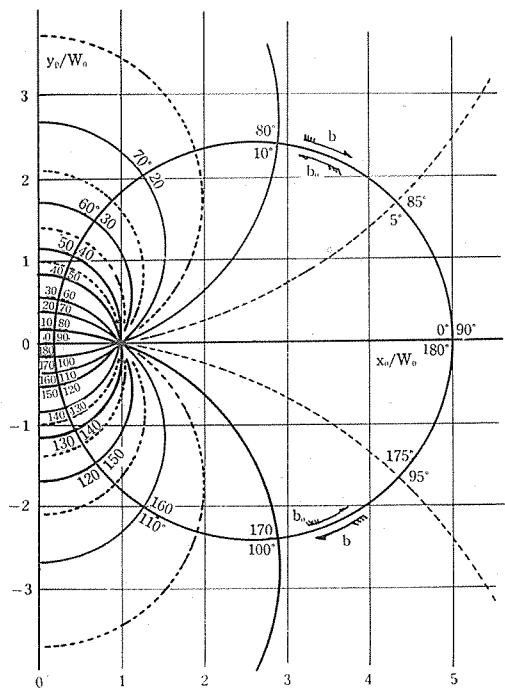
$$\beta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2W_0 pK_0}{1 - W_0^2[(1/r_0)^2 + (pK_0)^2]} \quad \dots\dots\dots(18)$$

この場合 (10) 式と同様 Z_0 も \tanh 項として表してもよいが、 $r_0 > W_0$ の關係があるから \coth を用ひた方が計算の都合がよい。 φ_0 に上の α, β を入れて $-Z_0$ を示すと

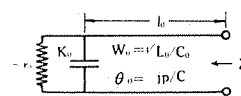
$$\begin{aligned} -Z_0 &= -W_0 \coth \left\{ \alpha + j \left(-\frac{p}{c} l_0 + \beta \right) \right\} \\ &= W_0 \coth \left\{ -\alpha - j \left(-\frac{p}{c} l_0 + \beta \right) \right\} \\ &= W_0 \coth \left\{ a_0 - jb_0 \right\} = x + jy \quad \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{茲に } a_0 &= -\alpha = \frac{1}{2} \tanh^{-1} \frac{2W_0/r_0}{1 + W_0^2[(1/r_0)^2 + (pK_0)^2]} \\ b_0 &= \frac{p}{c} l_0 + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2W_0 pK_0}{1 - W_0^2[(1/r_0)^2 + (pK_0)^2]} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(20)$$

上 (19) 式で虚數角 b_0 を消去すると定 a_0 軌跡とし



第 8 圖



第 9 圖

て (12) 式と全く同様に

$$[x_0 - W_0 \coth 2a_0]^2 + y_0^2 = W_0^2 \operatorname{cosech}^2 2a_0 \cdots (21)$$

同じく a_0 を消去すると

$$x_0^2 + [y_0 - W_0 \cot(2b_0 - \pi)]^2 = W_0^2 \operatorname{cosec}^2 2b_0 \cdots (22)$$

上式中の $-\pi$ は (10) 式の \tanh 表現と出発点を合わせるために (19) の \coth 表現に追加すべき角であつて、数値的關係のみの場合には勿論不要である。

上の二圓の軌跡群を同じく第 8 圖に示してあるが、虚数角 b_0 が負で表はされて居る關係上左廻りに増加して居る。又出発点も π だけ遅れて居る事も前述の通りである。

5 内部回路によるインピーダンス軌跡並に等価駆動抵抗

この π だけ出発点の異なるのは $r_0/W_0 > 1$ のためで、従つて (14) 式に示した實数部の最大最小點が逆になる。即ち

$b_0 = n\pi$ で並列同調となり

$$x_{0max} = W_0 \coth a_0 \cdots (23)$$

$b_0 = (\frac{1}{2} + n)\pi$ で直列同調となり

$$x_{0min} = W_0 \tanh a_0 \cdots (24)$$

を兩端とする圓周によつて定 a_0 軌跡が表はされる。

又普通の場合では

$$a_0 \ll 1 \quad \text{即ち} \quad W/r_0 \ll 1 \cdots (25)$$

であるから、

$$\begin{aligned} \tanh a_0 &\approx \frac{W_0/r_0}{1 + W_0^2[(1/r_0)^2 + (pK_0)^2]} \\ &\approx \frac{W_0}{r_0[1 + (W_0 p K_0)^2]} \cdots (26) \end{aligned}$$

となり x_0 の最小最大値は夫々

$$\left. \begin{aligned} x_{0min} &\approx W_0^2/r_0[1 + (W_0 p K_0)^2] \\ x_{0max} &\approx r_0[1 + (W_0 p K_0)^2] \end{aligned} \right\} \cdots (27)$$

この場合 $K_0 = 0$ とすれば勿論

$$x_{0min} \approx W_0^2/r_0; \quad x_{0max} \approx r_0 \cdots (28)$$

となるもの故、 K_0 の爲に r_0 は等價的に r_0' に増加する事となる。即ち

$$r_0' = r_0[1 + (W_0 p K_0)^2] \cdots (29)$$

斯くの如く駆動抵抗の等價値は $W_0 p K_0$ の係数によつて増大するものなる故、それだけ外部回路を起動し難くなる。又 p の値によつて定 a_0 軌跡が變化するから眞の圓周ではなく螺旋形となる。是は周波数 p 及び内部容量 K_0 の増加に従つて益々その影響は大となるものであるが、其他 p の増大は電子走行時間の關係で損失項の増加並に真空管の増幅率の低下を伴ひ、益々發振起動を困難ならしめる。

單に上式の表す駆動抵抗の増加のみならば、 K_0 を適當の方法で補償さへしてやればその影響を除去し得る。即ち内部タンク回路に並列に誘導性の回路を入れてやり

K_0 と同調を取れば全くこの影響はなくなる。

インピーダンス軌跡に於ける周波数の關係は (20) 式の b_0 で表はされるが、 K_0 によつて少しく複雑な形になつて居る。これも $(W_0/r_0)^2 \ll 1$ の條件を入れると

$$\begin{aligned} b_0 &\approx \frac{p}{c} l_0 + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2W_0 p K_0}{1 - (W_0 p K_0)^2} \\ &= \frac{p}{c} l_0 + \tan^{-1} W_0 p K_0 \cdots (30) \end{aligned}$$

これは普通に行はれる略算であつて定 b_0 軌跡も可變 r_0 にほとんど無關係に與へられる事となり極めて好都合である。

6 内外インピーダンスの平衡に就いて

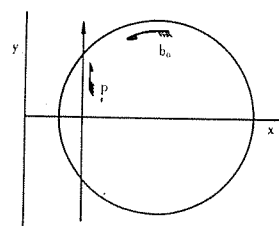
(1) 式の $-Z_0 = Z$ の平衡條件は兩軌跡の圖上で先づ周波数 p を決定する。負荷 Z の軌跡は定 r 或は定 R に對して與へられて變化はないが、これに平衡する駆動インピーダンス Z_0 軌跡は可變である。よつて Z_0 に對しては定 a_0 の代りに定 b_0 軌跡を用ひる。これは (31) 式に示す如く近似的に p のみの函數と見てよろしい。

Z 軌跡上 p は右廻りに増加し、 $-Z_0$ の p は反對に左廻りの變化を行ふ事は前述の通りであるが、之等兩者の p はどこかで必ず合致する。この合致點に於ける Z_0 軌跡の r_0 が r_m 以上即ち限界ルーラの外にあれば周波数 p と共に振幅も決定する。

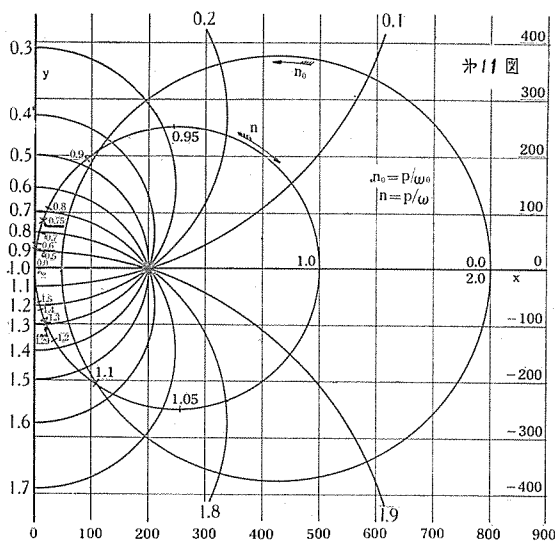
一般に兩インピーダンス共にルーラになつて居る關係上、數點で p が合致する。即ち振動の自由度は澤山ある筈である。併しこの内最も r_0 の大なるものが普通振幅も大きく振動も安定である。 Z の固有周波数を變化して行くと發振周波数と共に振幅が變化するが、或點に到るとより安定な大 r_0 の周波数に跳躍する現象が起る。(第 12 圖参照) この跳躍は僅かの衝撃によつても起る可能性が多く、周波数安定器使用の場合問題となる現象である。

Z 及び Z_0 中の r, r_0 等の周波数特性は電子振動に於ける固有周波数特性の外、大体周波数が高くなるほどこれに伴つて上昇する傾がある。よつて跳躍現象も高い方へは起り難い。例へば反結合三極管に於いては、電子走行角等の關係で高い方は全く發振限度に外に出してしまふ事もできる。

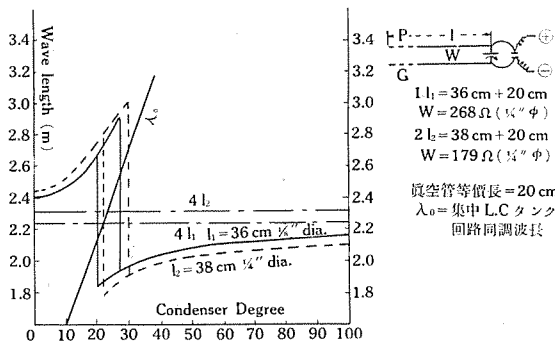
第 3, 4 圖等の純直列回路では p の合致點は一つのみであつて跳躍現象は決して起らぬ。よつて純直列回路の



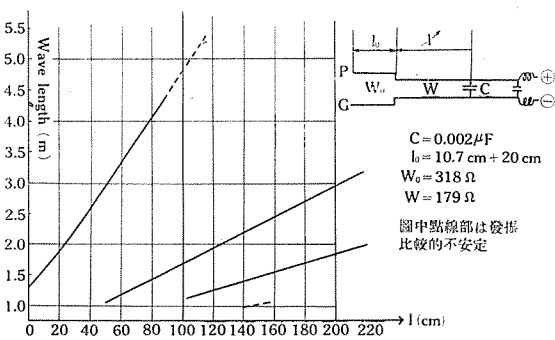
第 10 圖



第 11 圖



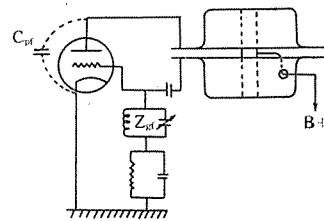
第 12 圖



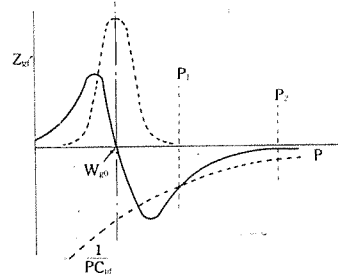
第 13 圖

適當なものがあれば、周波数安定器として最もよい。第 10 圖にこの關係を示す。

これに反して純並列回路の Z に対しては第 11 圖に示す如く、 $\omega_0 = \omega$ の場合について云へば、 $p/\omega = 0.75$ 及び 1.29 の二點で一致しこの間で周波数の跳躍が起り得る。即ち第 12 圖に示す如く同調波長を中心に短い方から長い方に、又その逆の跳躍も行ひヒステリシス現象を表す事になる。この關係は前文⁽¹⁾にも報告してある。なほ負荷回路が同じく並行線をなす場合には第 13 圖に示す如く僅の條件の差で数種類の波長を發振せしめる事ができる。



第 14 圖



第 15 圖

この如く負荷が並列回路をなす場合の發振器ではよく周波数の跳躍が起る。よつて特別な裝置をしなない限り、負荷回路の同調周波数の近くで發振せしめる事は困難である。コルスター回路⁽³⁾では第 14 圖に示す如く格子側に阻止回路を用ひ高い方の周波数を押へて居る。第 15 圖に示す如く p_1 では $1/pC_{pf}$ 對 Z_{gf} の値が適當であるが、高い方の p_2 では $1/pC_{pf}$ に比して Z_{gf} はずつと小となり、格子の反結合度を弱くして p_2 の發振を不可能にして居る。

7 多段式回路のインピーダンス特性と周波数跳躍現象

周波数安定器其の他の目的に岡部教授の多段回路⁽⁴⁾が用ひられる場合、このインピーダンス特性を検べて置く必要があると思はれる。第 16, 17 の兩圖に一段及び二段のこの特性を示す。計算の都合上 $\lambda_0/4$ 毎に W_2, W_1 の波動インピーダンスを變じ、損失率の α も特に大きく取り、 $W_2/W_1 = 2$ の比を用ひて居る。

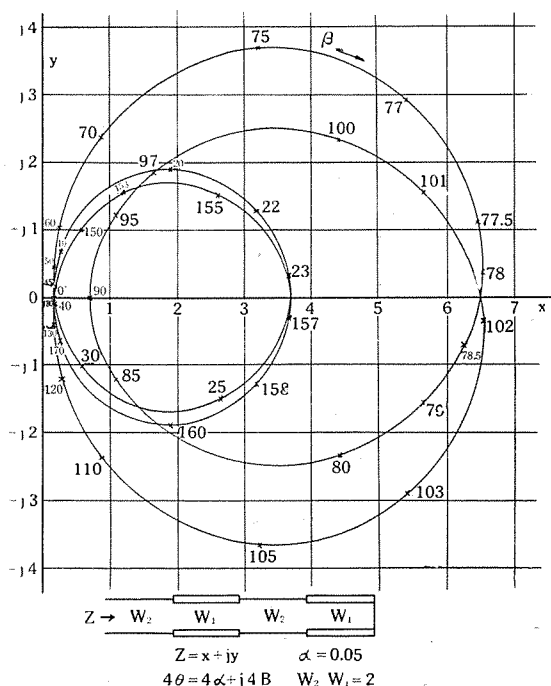
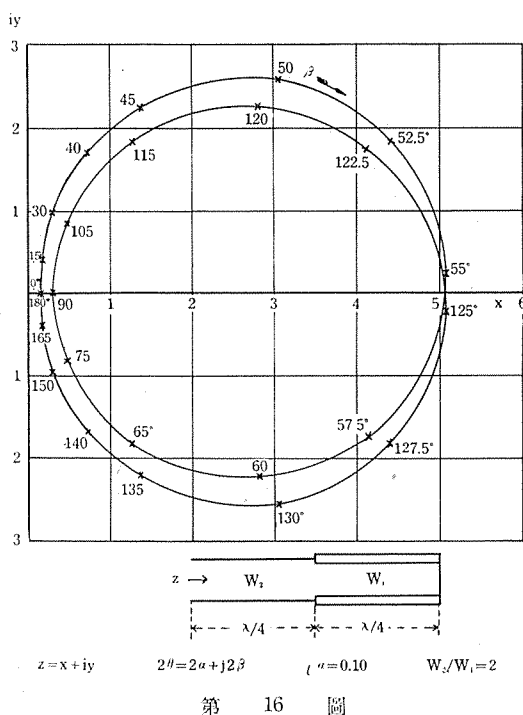
$$\beta = \frac{p}{c} l \text{ の變化を角度で示し、} 90^\circ \text{ の處が丁度同調}$$

周波数 f_0 に當つて居る。ループの数は一段の場合は二つ、二段の場合は四つ、即ち段数の二倍のループがあるが、周波数は之等のループと電源 Z_0 のループの間で跳躍する可能性が多く結局損失の大なる負荷の重い同調周波数の f_0 では安定に動作し難い事を示して居る。

周波数安定器としては周波数 p の變化に應ずる無効電力の變化の大なるもの程よいのであるが、之には實効負荷の増大が必ず伴ふものであつて、この負荷の増大によつて發振不能になる場合が多い。

この如く安定器使用に就いて心得べきは、第一に回路の損失を出来るだけ小とする事、第二に高無効電力を蓄へるものたる事が必要である。之は所謂高 Q 回路の使

用に一致するが、在来それほど問題にして居らなかつた周波数の跳躍に對しても、特に留意の必要がある。この跳躍問題は自分で固有波長を持たぬ反結合型發振器では特に重要である。普通の磁電管でも周波数特性の顯著でないB型振動に對しては同様である。B-K管、大阪管等では固有周波数は相當確定的であり、外部回路の變化に對してG-M型の變化を繰り返す特性のあるものは跳躍は起り難く、安定器使用は比較的容易である。



8 内部タンク回路の作用に就いて

(29) 式に關聯して内部タンク回路の作用につき簡単に論じたが、この回路のアドミタンス jY_0 は普通端子を短絡した並行線なるにより

$$jY_0 = \frac{1}{W_t} \coth j \frac{p}{c} l_t = -\frac{j}{W_t} \cot \frac{p}{c} l_t$$

$$\text{即ち } Y_0 = -\frac{1}{W_t} \cot \frac{p}{c} l_t \quad \dots\dots\dots (31)$$

W_t はタンク回路の波動インピーダンス

l_t はタンク並行線の長さ

よつて内部回路の等価サセリタンス S は

$$S = pK_0 + Y_0 = pK_0 - \frac{1}{W_t} \cot \frac{p}{c} l_t \quad \dots\dots\dots (32)$$

となり、誘導、容量いずれにもする事ができる。(30) の b_0 は

$$b_0 = \frac{p}{c} l_0 + \tan^{-1} \left[W_0 p K_0 - \frac{W_0}{W_t} \cot \frac{p}{c} l_t \right] \quad \dots\dots\dots (33)$$

タンク回路で完全補償を行へば上の $S=0$ で(29)に示す如く駆動抵抗を100%に利用する事ができる。併しこの完全補償が必ずしも發振の最善状態とは云ひ得ない。之は一に負荷の輕重に關係して居る。重い起動困難な回路に對しては、完全補償を行ひ出来るだけ駆動抵抗を効果的に用ふるを可とするも、軽い回路に對しては駆動抵抗を下げ過ぎるとかへつて能率を減ずる事になる。之は第2圖の關係で明な如く、反結合三極管に於ては普通 r_m の2~3倍の r_0 の附近に最大出力、最大能率の點があり、振幅が大きくなり過ぎるとかへつて出力、能率共に下るものである。

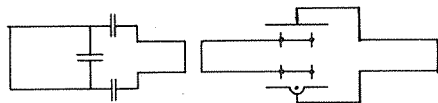
磁電管其の他に於ても上と同様の關係がある筈で、夫々負荷の輕重に應じて最も適當なる補償程度があり、 r_0 が r_m の2~3倍の處で、與へられた負荷に釣合ふのが最善状態ではないかと思はれる。勿論完全補償を行ひ負荷の方で最善動作状態に合ふ如くに加減するのも更に有効な方法である。

かく100%の完全補償は電極間の振幅を最大ならしめ得るから、回路の周波数の都合さへよければ、この完全補償に向つて周波数は跳躍し易い。反對に始からこの完全補償に負荷を整合して置くと他の周波管に跳躍し難くなる。即ちこのタンク回路は完全補償の周波数に近いものゝ外發振を阻止する作用がある。之によつて前述の多段式周波数安定器も有効に利用し得る事になる。

處が K_0 の値であるが、反結合型發振器に於ては略々一定と看做し得るが、磁電管に於ては相當廣い範圍で變化するものではないかと思はれる。そもそも、固有周波数を持つ事自体が、この K_0 の等價が最小となつて駆動抵抗がその周波数のみに有効に働き發振するのではないかと思はれる節もある。然りとせば、この場合の動作機構は中々複雑で簡単に處理し得ないが、一般にこの内部

タンク回路の効果は疑のないものとせられて居る。

なほ大阪管に於ても、側板回路も調整すれば出力も大となり、周波数安定器と出力とを別々の出口に取付けられる利点のある事は、當研究部馬場技師⁽⁵⁾によつて見出されて居るが、この側板回路が内部タンク回路と同様な役目をして居るものと結論できる。即ち第 18 圖に示す如く小容量を通じて側板回路は主振動回路に結合されて居る事になる。



第 18 圖

K_0 の補償作用の外このタンク回路は周波数安定度に貢献する事が考へられるが、之は案外に複雑な關係にある。周波数の變動を内部容量 K_0 の變化に主因があるとすると、(33) の b_0 を K_0 及び p の變化で表して見た場合

$$db_0 = \frac{l_0}{c} dp + \frac{1}{1 + \left[W_0 p K_0 - \frac{W_0}{W_t} \cot \frac{p}{c} l_t \right]^2} \times \left\{ W_0 p dK_0 + W_0 K_0 dp + \frac{W_0}{W_t} \frac{l_t}{c} \operatorname{cosec}^2 \frac{p}{c} l_t dp \right\} \dots (34)$$

となる。よつて l_0 の端で短絡して $b_0 = \pi/2$ とした單一回路の周波数變動式は上式を零と置いて

$$\frac{dK_0}{dp} = -\frac{1}{W_0 p} \left\{ \frac{l_0}{c} \left[1 + (W_0 p K_0 - \frac{W_0}{W_t} \cot \frac{p}{c} l_t)^2 \right] + W_0 K_0 + \frac{W_0}{W_t} \frac{l_t}{c} \operatorname{cosec}^2 \frac{p}{c} l_t \right\}$$

更に右邊の分母、分子に p を乗じて

$$\frac{dK_0}{dp} = -\frac{1}{W_0 p^2} \left\{ \theta_0 \left[1 + (W_0 p K_0 - \frac{W_0}{W_t} \cot \theta_t)^2 \right] + W_0 p K_0 + \frac{W_0}{W_t} \theta_t \operatorname{cosec}^2 \theta_t \right\} \dots (35)$$

茲に $\theta_0 = p l_0 / C$, $\theta_t = p l_t / C$

この dK_0/dp の大なるほど周波数は安定である。

上式で $\theta_t = 0$ とすれば dK_0/dp は無限大となり、最も周波数は安定の筈であるが、他方駆動抵抗の r_m' は

$$r_m' = r_m \left[1 + (W_0 p K_0 - \frac{W_0}{W_t} \cot \theta_t)^2 \right] \dots (36)$$

の關係で無限大となつて回路を勵振し得なくなる。 θ_t を大きくして丁度 K_0 を補償する程度にすると上 (35) 式に示す安定度はずつと下つて来る。即ち跳躍現象を考へ

ない場合は完全補償より過度補償の方が周波数安定度は高くなる事を知る。併し之は實用上不便であらう。完全補償でも無補償に比すると安定度は幾分高くはなるが、普通に豫想するほどの効果はない。

9 結 言

超短波、極超短波發振器に於ては、回路と真空管とを全然別箇のものとして動作特性を研究するのは無理な事である。よつて本文の如き一組としての特性研究が必要になつて来る。然も一般數式的の處理は困難なるにより圖式解法が有利である。この方法により周波数、振幅等の決定が一般化され、周波数の跳躍現象もよく説明できる。又之により未だ定量的に詳でない電子振動發振機構の考究にある程度の指針を與へ得るものである。

内部容量 K_0 は駆動抵抗の等價値を増大せしめ發振効果を減少せしめるものであつてその關係は

$$r_m' = r_m [1 + (W_0 p K_0)^2]$$

なる簡単な式で表す事ができる。

この K_0 の作用を補償する爲に内部にタンク回路を入れ、之を誘導的にすると駆動抵抗を最も効果的に利用し得るものであるが、負荷の輕重により最も適當なる補償程度のある事も明らかにして居る。

普通に内部タンク回路は周波数安定を目的とする如く考へられて居るが、之は寧ろ二次的のものであつて主眼は駆動抵抗の補償にあり、補償されない周波数に對するこの抵抗の等價値を増大せしめ、之等の周波数の阻止に役立つものである。

過度補償は周波数安定度を高め得る理であるが、同時に完全補償に近い周波数への跳躍の可能性が多くなりこの阻止は相當困難と思はれる。

要するに極超短波發振器の動作機構を明らかにするためには、單刀直入の方法は未だ不可能であつて、斯かる間接の方法も問題解決への第一歩である事を示し本文を終りたいと思ふ。本研究に對する岡部教授の御忠言を深謝致したい。

文 献

- (1) 薄井、田村、18 聯大 158 (昭 16—4)
- (2) 薄井、20 聯大 118 (昭 17—4)
- (3) F.A.Kolster: Generation and Utilization of Ultra-short Waves in Radio Communication, I.R.E. 22 (1934)
- (4) 岡部: 電學誌 59, 582 (昭 14)
- (5) 馬場: 信學誌 218 (昭 16—5)

超短波の波長測定に就て

研究部 神田 貞之助
井上 孝義

内 容 梗 概

超短波、極超短波の領域ではすべての量の測定が困難且不確實であるが波長測定のみは少々満足な状態に達してゐる。本文は現在我々が製作し實用に供してゐる波長 10m—20cm 範囲の吸収型及びヘテロダイン型波長計の構造性能等に就て述べ更に今後の研究の参考となるべき資料を纏めたものである。

1 緒 言

極超短波領域の波長測定に於てもその原理に於ては長波の場合と何等異なる所はなく、吸収型及びヘテロダイン型が夫々適材適所に用ひられてゐる。たゞ波長が短い爲同調回路、検波回路及び結合回路に特別の工夫を要し、特にヘテロダイン型では可變蓄電器等の可動部分より發生する廻轉雜音の除去に特別の苦心を要するのである。

2 吸収型波長計

吸収型波長計を分解すると電波のピックアップ回路、同調回路、同調指示回路及び之等相互の結合回路になる。

(i) 同調指示回路

要するに電流或は電壓の變化を示すものであればよく普通豆ランプ、熱電對、礦石檢波器、二極真空管の四種類が用ひられる。General Radio の 758-A Wave meter では豆ランプを使用してゐるが、豆ランプでは少くも 0.2 ワット程度の入力が必要とする爲、他のものに比し感度の點で問題にならない。熱電對、礦石檢波器、二極真空管は感度が大体似寄つてゐるので之等の感度を靜特性の上から比較した。供試体は

熱電對 定格 1.5mA、熱線抵抗 280Ω、熱電對抵抗 14.5Ω のもの

礦石檢波器 市販品 10 個の内最も感度のよいもの
二極真空管 RCA 955 のグリッド—カソードを二極管としプレートを遊ばせたもの。5個の内最も感度のよいもの

で電流の測定には 150μA の電流計（内部抵抗 15Ω）を使用した。之で熱電對の場合にインピーダンスマッチングがとれてゐる。第 1 圖 (a) (b) (c) は之等の靜特性を示してゐるが、之から電流計に 100μA のフルスケールを與へる爲に必要な交流入力計算してみると

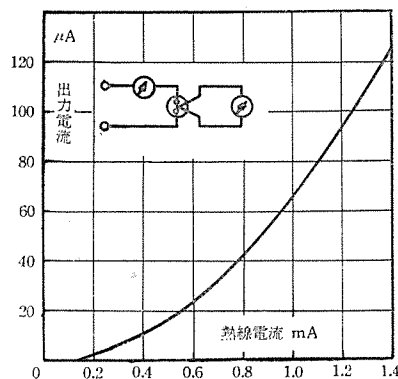
熱電對 (1.5mA) 0.44 ミリワット

礦石檢波器 0.05 "

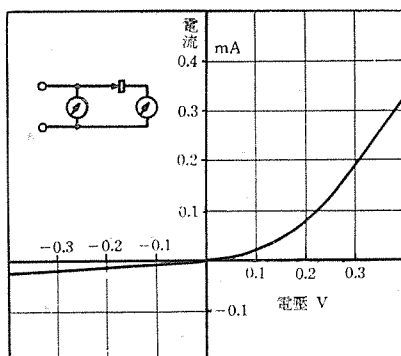
二極管 (955) 0.07 "

となり、礦石檢波器が最も優れてゐる。正確な感度表示には同調指示回路を常にインピーダンスマッチングさせその際の交流入力と直流出力の比を以て表はすべきであるが上例の方法によつても大体の事は分ると思ふ。以上の値は靜特性から算出したものであつて超短波では之より悪い事は勿論であつて、礦石檢波器と 955 とでは超短波で何れが優秀であるかは速断出来ないのであるが、礦石檢波器の感度及びインピーダンスが温度並に機械的振動に對して不安定である等の原因から我々は 955 を採用する事にした。

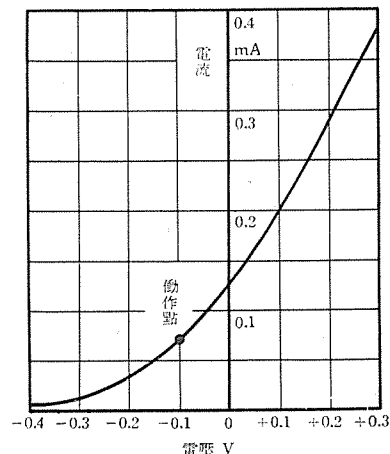
猶ほ以上の様な檢



(a)



(b)



(c)

波器では直流電流計に鋭敏なものを使用する事によつて感度を上げ得るが、斯くすると電流計の針がふらつき易く、吸収型波長計の如く簡便に持ち運びするものでは $50\mu A$ 位が最低ではないかと考へる。然し $20\mu A$ を用ひてゐるものもある。(1)

(ii) 同 調 回 路

波長 60cm 位迄は普通の集中定数回路が使用出来るがそれ以下では レッヘル 線、同軸ケーブル、或は空洞共振器に依る外無い。吸収型波長計の一つの缺點は精度の悪い事であるがこの精度を上げる爲には系全体としての Q を大にする必要がある。同調回路の Q は、集中定数回路では $\frac{1}{\omega CR}$ 、又 レッヘル 線では $\frac{Z_0}{R}$ (Z_0 は波動 インピーダンス) であるが、例へば波長 1m で $C=10\text{ pf.}$ とすれば $\frac{1}{\omega C}=53\Omega$ 、又直径 5mm の銅線を間隔 30mm で張つたレッヘル 線では $Z_0=295\Omega$ となり R が同一ならば Q はレッヘル 線の方が良好である。一方抵抗は輻射抵抗、回路損失及び同調指示回路から誘導される抵抗の三つになる。回路損失は勿論少い方が良いが同調指示回路から誘導される抵抗は検波器に感度のよいものを用ひ、且つ同調回路とマッチングをとつて不必要に大きい抵抗の加はらぬ様にする以外にない。一方輻射抵抗は電波をピックアップする爲に必ず必要とするものであつて、遮蔽等を施して

減少させたのでは、尖鋭度はよくなつても感度は低下するのであるから面白くない。

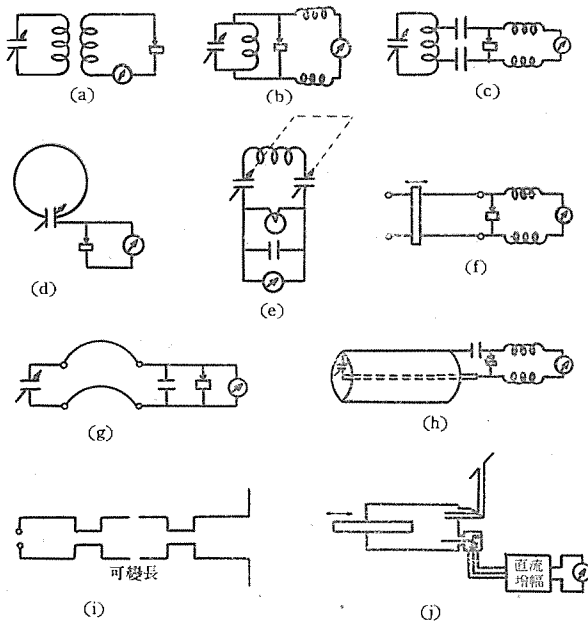
(iii) 波長計の實際例

同調回路及び各結合回路の選び方によつて種々の波長計が出来るわけであるが、その一例は第 2 圖 (a) (b) (c) (d) (e) (f) (g) (h) (i) (j) の如くである。感度と精度とをどの點で妥協せしめるかによつて色々の回路が出来るわけであつて、検波器に特殊の高感度のものを研究せねば感度と精度の兩方に優れたものは生れないと考へる。

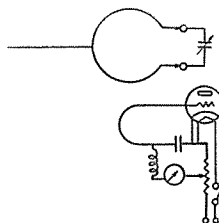
(iv) MF-104 型超短波吸収型波長計

精密な測定には我々は後述する如き MF-101 型及び MF-102 型を持つてゐるので、吸収型としては精度をよくする事よりは感度を上げる事に重きを置いた。回路は第 2 圖 (a) に準じた第 3 圖の如きもので、コイルは三個差換へて波長 2.5m—70cm のものであるが、測定範圍を波長の長い方へ擴張する事は容易である。外觀は第 4 圖の如くであるが、要所にはポリスチロール及びステアタイト系の絶縁物を使用して回路損失を減少し、又波長短き方のコイルには結合用の空中線を附して發振器に與へる反作用を減ずる様にした。

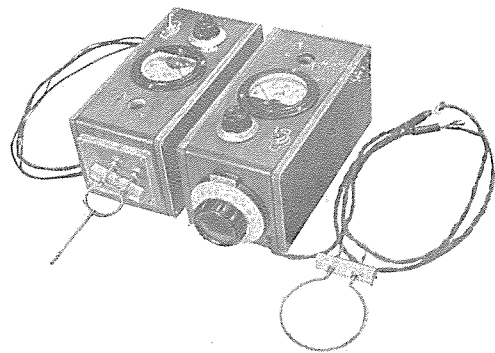
第 5 圖は周波数の校正曲線を示してゐるが、その他の



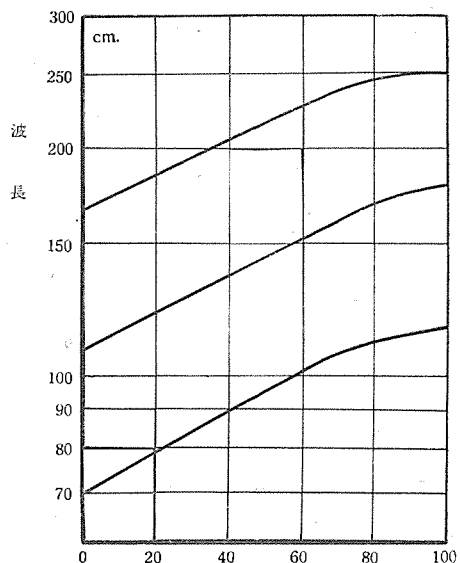
第 2 圖



第 3 圖

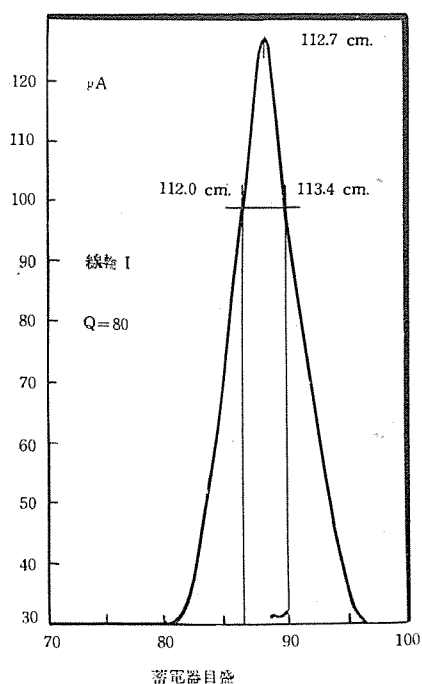


第 4 圖



蓄電器目盛

第 5 圖



第 6 圖

性能は下記の如くである。

精 度

尖鋭度は波長最短の線輪 (I) で最も悪いのであるがこの線輪での同調曲線は第 6 圖の如くであつて、之より計算すると Q は約 80 となる。従つて精度は約 1.3% である。線輪 (III) では勿論もつと良好で Q は約 150 である。

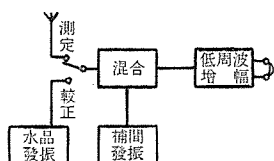
感 度

正確な表示は出来ないのであるが、Eicon 管 955 の波長 1m 入力 0.3 ワット の發振が發振管陽極電流に何等の反作用を及ぼす事なく檢波電流 $150\mu\text{A}$ を得る事が出来るこの種の吸収型波長計として充分の感度を持つてゐる。

3 ヘテロダイン 型波長計

ヘテロダイン 型は吸収型に比し、精度及び感度の良い點が特徴であるが、一方装置が少々複雑な事と、高調波に對する感度の良い爲波長決定に細密な注意を要する事が缺點として挙げられる。

水晶發振器で較正し得る様になつてゐる ヘテロダイン 型波長計の構成は第 7 圖の如くであるが、極超短波では發振が簡單でない事と周波數が不安定である事とから、普通の様 basic 波で唸をとる事が出来ず、波長計内發振器の高調波と、被測定波の唸音をとる事になる。今波長計



第 7 圖

第 1 表

蓄電器目盛	基本波長	n	m	λ_x	唸音強度
94.4	258.5cm	7	3	110.8cm	弱
85.4	249.5	9	4	111.0	微
80.2	243.7	11	5	110.7	微
60.4	221.6	2	1	110.8	強
29.5	184.2	5	3	110.6	弱
15.1	165.7	3	2	110.4	強

平 均 110.72 cm

第 2 表

n	m	$\frac{n}{m}$	n	m	$\frac{n}{m}$
1	1	1.000	2	1	2.000
9	8	1.123	11	5	2.200
8	7	1.142	9	4	2.250
7	6	1.167	7	3	2.333
6	5	1.200	5	2	2.500
9	7	1.286	8	3	2.667
4	3	1.332	11	4	2.750
7	5	1.400	3	1	3.000
3	2	1.500	13	4	3.250
8	5	1.600	7	2	3.500
5	3	1.667	11	3	3.667
7	4	1.750	4	1	4.000
9	5	1.800			

内發振器の周波數を f (波長 λ)、被測定波の周波數を f_x (波長 λ_x) とすれば、この兩波は一般に

$$nf = mf_x \quad \text{但し } n, m \text{ は正整数}$$

の時にゼロビートを作る。 f_x が全然未知の場合にはこの n, m の決定が相當面倒であるので、不正確でもよいから吸収型波長計で、或は他の方法で大体の f_x の値を知る事がのぞましい。 n, m の如何なる値のものが出易いかは f 及び f_x の高調波含有量、波長計の檢波の非直線性、 f_x の強度によつて種々であるが大体次の事が言へる

(1) $f \ll f_x$ の場合には $m=1$ のみが出る。従つて n のみを決定すればよいので非常に樂である。この場合の n の決定法及び f_x の求め方は種々の文献⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ に載せられてゐるからこゝでは省略するが、後に述べる (iv) 項の測定例をみれば明かであらう。

(2) $f \approx f_x$ で且つ f_x の強度が大である場合には、 n, m が共に 1~10 程度の複雑な組合せのゼロビートが出るので f_x の大略値が分つてゐる場合の他は n, m の決定は非常に厄介である。一例として後述の MF-101 型 (基本波長 1.6~2.8m) で SX-1 の波長約 1m の電波を測定した例を挙げる。(第 1 表)

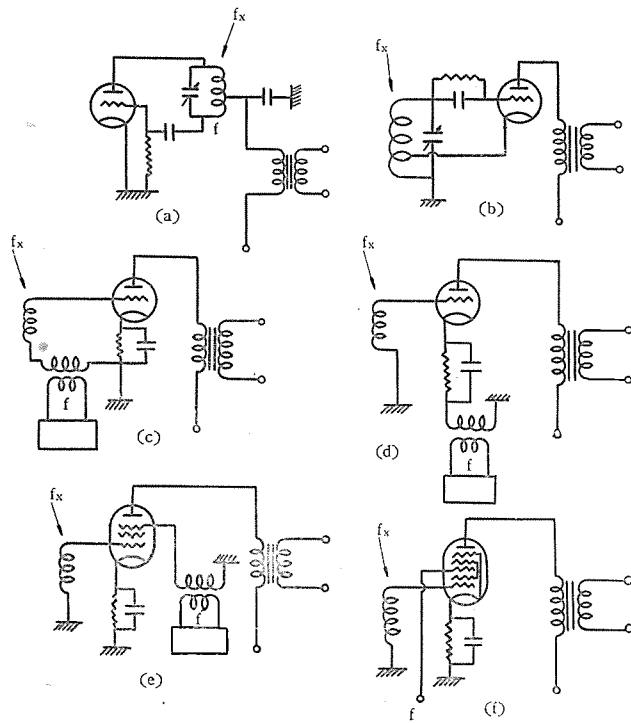
第 2 表は f と f_x の比が 4 迄のものに就て唸音の出易い n, m を挙げたものであるが、第 1 表の測定例の如き場合に n, m を決定するのに大いに参考になる。

次に ヘテロダイン 波長計の構成、性能等を述べる。

(i) 検 波 法

スーパー 受信機の検波と大差ないが、第 8 圖 (a) (b) (c) (d) (e) (f) 等が挙げられる。

(a) (b) は發振と檢波を同一真空管で行ふもので特に (a) は感度が良いが、完全な遮蔽を行ふ事が出来ないか



第 8 圖

ら人体効果が避けられず周波数不安定となるのが缺點である。(f) の如き周波数變換管を用ひるもの、或は混合管を用ひるものは、超短波では却つて (d) (e) の如き回路で 954 を用ひるものよりは感度が悪い様である。

(ii) 感 度

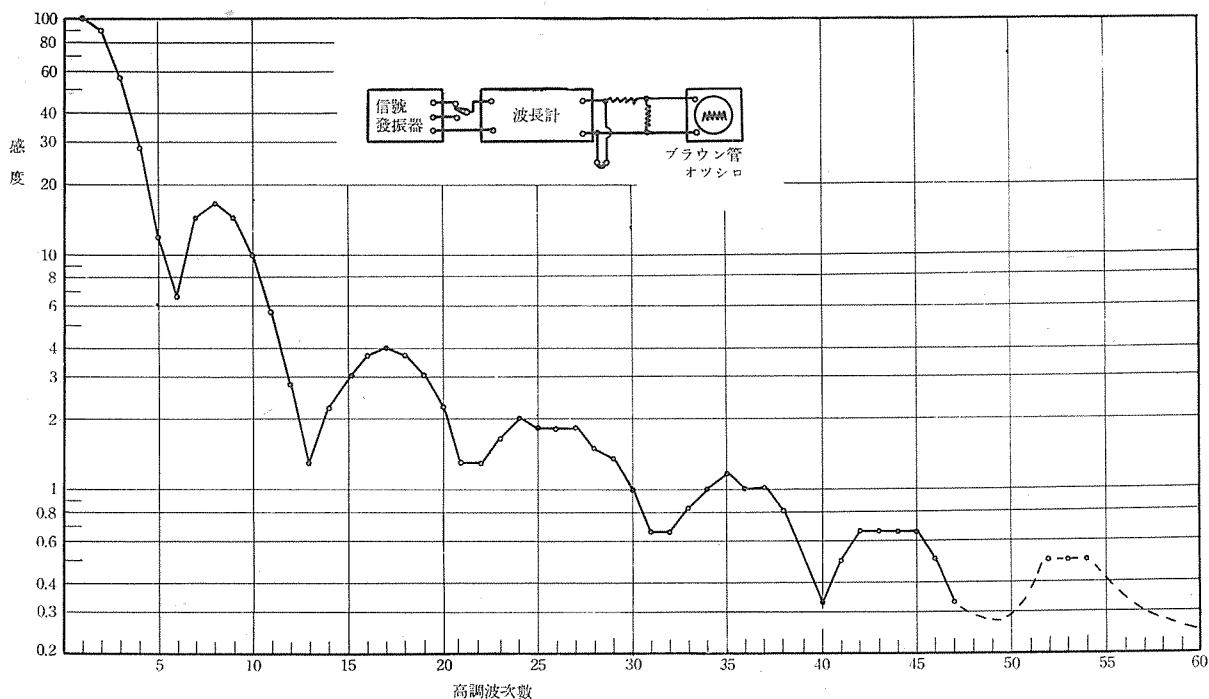
高調波を利用する關係上どうしても感度は基本波のものに比して悪いので、波長計内發振器は強度を充分強く亦檢波器は最も能率よく働く如くし、その上低周波増幅段を一段位増す必要がある。前にも述べた様に高調波に対する感度は種々の條件に左右されるが、一例は第 9 圖の如くである。第 9 圖は波長計内發振器が 250 K.C. でその波長は ブラウン 管でみた所では完全な正弦波の時この波長計への入力未知電波の代りに信號發振器の出力を入れた場合の、1000 サイクル の唸音の出力を表はしたもので、基本波 (250 K.C.) の場合の出力を 100 としたものである。

この場合では 30 番目の高調波での感度は基本波の約 1% となつてゐる。

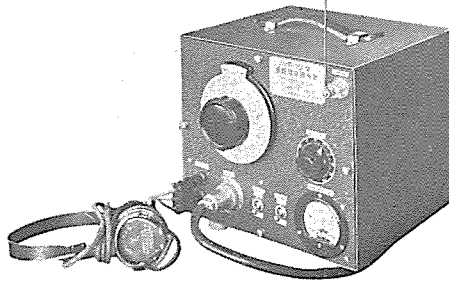
(iii) 基本波長の較正

高調波を利用する ヘテロダイン 波長計では、その基本波長の範圍が比較的狭いから (MF-102 型では 15~30 M.C.) 水晶發振器を自藏しておく、その高調波を利用して簡単に基本波長の較正が出来る。波長計の狂ひの原因は種々あるが、最も大きいのは永い年月の間に起る徐々の變化であつて、較正手段のないものでは、この狂ひに氣が付かず思はぬ誤差を招く事がある。この點安定な水晶發振器の較正手段を持つ事によつて波長計の信頼度を非常に高める事が出来る。今水晶發振器の周波数を f_c 、波長計内發振器の周波数を f とすれば、前同様

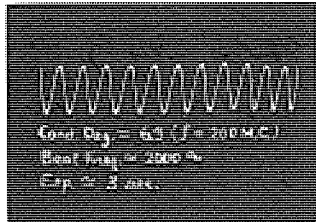
$$nf_c = mf \quad n, m \text{ は正整数}$$



第 9 圖



第 10 圖



第 11 圖

の點でゼロ・ビートが出る。 f の範圍が與へられた時この f_c をどの様に選ぶのがよいかといふ事であるが、 $m=1$ で $n=100$ 位迄は容易に唸音をとる事が出来るけれども斯様な場合には唸音の強さが一樣で n の決定が面倒であるが、 f_c を f の $1/10 \sim 1/20$ 程度にとつておけば $m=1$ のみでなく $m=2, 3, 4$ 等の唸音もとる事が出来、且つ $m=1$ のものは特に強い唸音を出すので n, m の決定が容易に行ひ得て便利である。

水晶發振器の較正手段を持つ事は較正曲線を訂正するばかりでなく、正確な測定を欲する場合に所謂補間法を用ひる事が出来る。即ち今未知電波とのゼロ・ビートが蓄電器目盛の α でとれたとすればこの測定直後に α の兩側 $\alpha - \Delta\alpha_1$, $\alpha + \Delta\alpha_2$ で水晶發振器とのゼロ・ビートを取り、 $\alpha - \Delta\alpha_1$ と $\alpha + \Delta\alpha_2$ の間では周波数が蓄電器目盛に對して直線的に變化してゐると假定する事によつて、 α に於る正確な周波数を計算で、或は圖式的に容易に求める事が出来る。

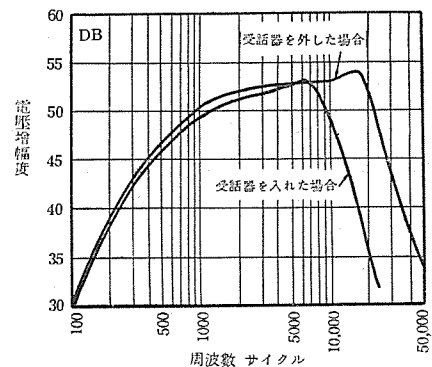
(iv) MF-101 型及び MF-102 型

我々は 1m 以下を目的とした MF-101 型、10m 以下を目的とした MF-102 型と、先に述べた MF-104 型とで 10m 以下 20cm 迄は殆んど不便を感じず測定を行つてゐる。ヘテロダイン型はコイルの差し換へ或は切り換へ等によつて生ずる誤差を避ける爲何れもコイルは自藏のもの一個である。以下構造、性能等を紹介する。

MF-101 型極超短波波長計

外形は第 10 圖の如きもので次の様な性能を持つてゐる。

基本波長	1.6m—2.8m
測定波長範圍	1.4m—20cm
確 度	約 1×10^{-3}
精 度	約 1×10^{-4}



第 12 圖

感 度 955 の波長 60 cm 入力 3.0 ワットの發振が數 m、離れた場所で容易に測定可能

廻 轉 雜 音 絶無

電 源 6V. 1.2A. 及び 100V. 8mA.

基本波長は最低 1.6m であるにも拘らず周波数は極めて安定で 5000 k.c. の水晶發振器との唸周波数は完全に一定である。第 11 圖は唸周波數約 2000 サイクルの波形をブラウン管で露出約 3 秒で撮つたものであるが、何等波形の走りは認められない。之よりも波長の長い方では周波数は勿論更に安定である。極超短波發振器の周波數安定度をヘテロダイン波長計との唸周波數の安定度で判斷する事は普通行はれる事であるが、この際波長計自身が周波數の不安定なものであつては用をなさない。MF-101 型は上述の如く安定なものであるからこの目的にも充分用ひる事が出来る。

マグネトロン の波長約 20cm を測定した例は第 3 表の如くである。

猶ほ極超短波發振器を整流電源で働かせた場合には周波數不安定の爲唸音を取り難いが、低周波を遮斷すると割合明瞭に唸音がとれるので、MF-101 及び MF-102 は共に低周波増幅部の周波數特性を第 12 圖の如くにし且つロッシェル鹽受話器を使用して高周波を出易い様にしてある。

第 3 表

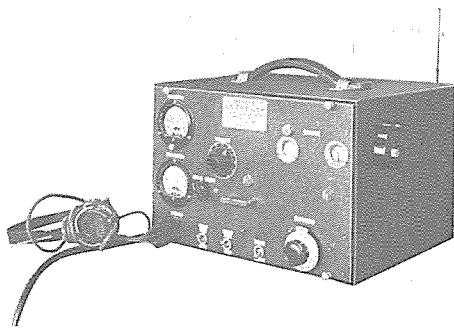
蓄電器 目 盛	基本波長	波 長 差	基本波長	高調波 次 數 n	基 本 波 長
			平均波長		n
18.5	164.3cm	23.7cm 23.5 23.5	6.98	7	23.47cm
37.5	188.0		7.98	8	23.50
58.5	211.5		8.98	9	23.50
81.5	235.0		9.98	10	23.50

平 均 23.49 cm

MF-102 型超短波精密周波計

第 13 圖の如き外形のもので性能は下記の如くである

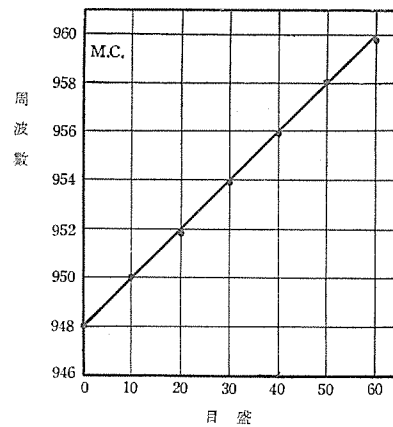
基 本 波 長 20m.—10m.



第 13 圖

測定波長範圍	10m.—30cm.
確 度	約 1×10^{-4}
標準器確度	約 1×10^{-5}
精 度	約 1×10^{-5}
感 度	955 の波長 60cm、入力 0.3 ワット の發振が容易に測定可能
較 正	1000 k.c. 水晶發振器を自藏
廻轉雜音	絶無
電 源	6V、1.5A、及び100V、10mA

較正用水晶發振器とのゼロ・ビートは蓄電器の全範圍で、極めて明瞭なもののみで約 70 個、弱いものも加へると 150 個も出るので非常に細かい較正が出来、補間法を用ひると極めて正確な測定が出来る。基本波長が長く又周波数の安定な様に工夫してあるので、陽極電壓の變動 10% に對する周波數變動は最大 4×10^{-5} 、又周波數初期變動は最大 2×10^{-4} である。第 14 圖は三菱大阪管 MO-202 の波長約 30cm、出力 0.5 ワットの發振周波數を微細



第 14 圖

に變化させたものを測定した例であつてこの程度の微小變化をも容易に測定出来る。

4 結 言

・吸収型と ヘテロダイン 型は各々その長所短所があるので兩方を併用して始めて満足な測定が出来る。極超短波でも將來もつと安定な發振器が出来れば周波計としても、天文台の時報で較正する程度の正確なものが必要とされるかも知れないが、少くも現在では MF-102 型で充分と考へられる。

本文に用ひた確度、精度、安定度等の意義は木戸氏の提案⁽¹¹⁾に準じたものであるが、其の他本文に引用させて戴いた各文献の著者に紙上を借りて深謝する次第である。

参 考 文 献

- (1) E.L. Hall: A Sensitive Frequency meter for the 30 to 340 Megacycle Range Electronics May 1941
- (2) 橋 本: 超高周波電波計 電學誌 昭 12 年 9 月
- (3) 宮 村: 超短波電波計の一新型式 電通誌 昭 12 年 11 月
- (4) 安 宅: 超短波電波計の研究 電評 昭 15 年 1 月
- (5) 永 見: 超短波波長の測定 無線資料 第 7 卷第 2 號
- (6) 濱田、清水: 新型 デシメートル 波用電波計 15 聯大 373
- (7) 園 田: 波長測定に就て 電通誌 昭 15 年 4 月
- (8) 濱田、今井、八木: 固有波長可變なる空洞共振器に就て 20 聯大 201
- (9) 高橋、植村: 超短波極超短波用電波計 20 周年記念大會豫稿 第一部 1
- (10) 宇 田: 超短波精密電波計 電學誌 昭 13 年 5 月
- (11) 木 戸: 特に周波數測定より見たる精密度、正確度及び安定度に對する一提案 13 聯大 142

並行線回路系輻射特性の計算

研究部 薄井 廉 介
中塚 正 三 郎

内 容 梗 概

先づ定在波電流の乗る並行線回路の生ずる輻射電界を計算し、短絡端子片ある場合にはこの短絡片中の電流に對する電界も加算するの必要な事を力説して居る。之によつて岡部教授の發見された異常輻射の説明ができるのである。輻射電界より輻射電力を計算し更に輻射抵抗を導く事ができる。この輻射抵抗は

$$R=120\left(\frac{\pi D}{\lambda}\right)^2\left\{1-\frac{\sin 2\varphi}{2\varphi}\right\} \Omega$$

の如き簡単な式で表はされる、但し D は線間距離、 λ は波長で $D/\lambda \ll 1$ の條件あり、 φ は並行線兩端間の電氣位相角で定在波ならば端子の負荷には關係せぬ。

次に端子を波動インピーダンスと等しき抵抗で短絡した單一方正弦進行波に對する關係及び往復正弦進行波に對する一般的關係を最後に計算してある。

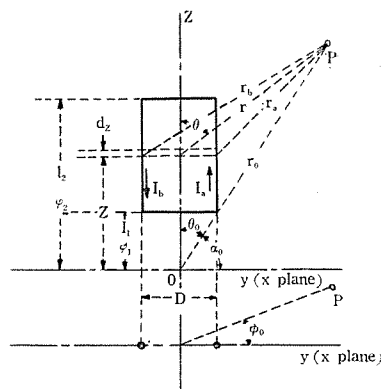
1. 緒 言

電氣回路としての並行線の重要性は今更論する迄もない。而して無線通信に對する此の並行線の特性は低周波に對しては無視されて居つた輻射特性も考慮に入れる必要にせられる。特に波長に比して線間距離が餘り少くないと此の輻射特性は顯著となり、之をタンク回路とする超短波以下の發振器に對して相當大なる負荷となり亦逆L型空中線も全く此の並行線として輻射特性が考究できるものである。

此の並行線の輻射特性としては既に多くの研究⁽¹⁾が發表されて居り、G.W. Pierce 氏⁽²⁾の如きは逆L型空中線に關して實に精緻な計算を行つて居るが一般的な概念を得るに難く、單なる輻射抵抗の計算に止り輻射特性全般を明かにして居らぬ。

2. 定在正弦波電流分布を有する並行線部 よりの輻射電磁界

第1圖に於て並行線部に I_a, I_b なる往復電流が流れて



第 1 圖

居るものとす。並行線の方を Z 軸に取り原點 0 に對して餘弦型の定在波を假定する。即ち

$$\left. \begin{aligned} I_{az} &= I_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} Z \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt \\ I_{bz} &= -I_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} Z \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

但 λ ……波長； $v=3 \times 10^{10}$ cm/sec.

従つて

$$\frac{2\pi}{\lambda} v = 2\pi f = \omega$$

是等の電流が一點 $P(r, \theta, \phi)$ に生ずる電磁界はMaxwell-Hertzの理論に従つて、 r が充分大きい場合

$$dE_s = -dH_m = -\frac{1}{v^2} \frac{\sin \theta}{r} \times \frac{d}{dt} (\hat{I} dZ) \dots\dots (2)$$

にて表はされ、共に r 方向に直角で、 E は Z を軸とする子午線上、 H は更に此の E に直角に Z を軸とする圓周上にある事は周知の關係である。尙茲に I 及び E_s はC.G.S. 靜電單位、 H_m はC.G.S. 電磁單位で表したものである。

上の \hat{I}_Z は

$$\hat{I}_Z = \hat{I}_{az} + \hat{I}_{bz} \dots\dots\dots (3)$$

但 \hat{I}_Z は I_Z を基準として P 點に於ける位相の遅を考へた量である。

即ち

$$\left. \begin{aligned} \hat{I}_{az} &= I_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} Z \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r_a) \\ \hat{I}_{bz} &= -I_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} Z \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r_b) \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

である故

$$\begin{aligned} \hat{I}_Z &= I_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} Z \\ &\left\{ \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r_a) - \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r_b) \right\} \dots (5) \end{aligned}$$

然るに r_a, r_b は

$$\left. \begin{aligned} r_a &= r_0 - Z \cos \theta_0 - \frac{D}{2} \sin \theta_0 \sin \phi_0 \\ r_b &= r_0 - Z \cos \theta_0 + \frac{D}{2} \sin \theta_0 \cos \phi_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

の関係あり、 P 點に於ける位相差を與へるが、 r が充分に大きい場合には I_a, I_b による電磁界の方向差は無視出来、合成は代数和を以て表す事が出来る。即ち r 及び θ は I_{az}, I_{bz} 中の相差に關してのみ其の差は意味があるが r が充分大きく、量的にのみ見る場合は平均値の r_0, θ_0 を用ひて支障がない。

(5) 式を計算すると

$$\begin{aligned} \hat{I}_z &= 2I_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} Z \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r_0 + Z \cos \theta_0) \\ &\quad \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{D}{2} \sin \theta_0 \cos \phi_0 \right) \\ &\equiv I_m \frac{D}{\lambda} 2\pi \sin \theta_0 \cos \phi_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} Z \cos \frac{2\pi}{\lambda} \\ &\quad (vt - r_0 + Z \cos \theta_0) \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

但 $\pi D/\lambda \ll 1$

従つて

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{D}{2} \sin \theta_0 \cos \phi_0 \right) \ll 1 \dots\dots\dots (8)$$

とす。よつて (2) 式より

$$\begin{aligned} E = -H &= -\frac{1}{v^2} \frac{\sin \theta_0}{r_0} \frac{d}{dt} \int_{l_1}^{l_2} (\hat{I}_{az} + \hat{I}_{bz}) dZ \\ &= -I_m \frac{2\pi}{\lambda} \frac{D}{v^2 r_0} \sin^2 \theta_0 \cos \phi_0 \frac{d}{dt} \int_{l_1}^{l_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} Z \\ &\quad \times \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r_0 + Z \cos \theta_0) \right\} dZ \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

によつて P 點の電磁界が與へられる。是を計算すると

$$\begin{aligned} E_z = -H_z &= I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \phi_0 \\ &\quad \times \left[\cos \theta \left\{ \cos \varphi_2 \cos (\varepsilon + \varphi_2 \cos \theta) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \cos \varphi_1 \cos (\varepsilon + \varphi_1 \cos \theta) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \sin \varphi_2 \sin (\varepsilon + \varphi_2 \cos \theta) - \sin \varphi_1 \right. \\ &\quad \left. \sin (\varepsilon + \varphi_1 \cos \theta) \right] \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

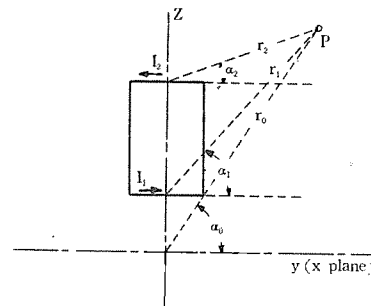
$$\text{但 } \varepsilon \equiv \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r); \quad \varphi_1 \equiv \frac{2\pi}{\lambda} l_1; \quad \varphi_2 \equiv \frac{2\pi}{\lambda} l_2 \dots\dots\dots (11)$$

而して r, θ, ϕ の脚字。は以後省略するも夫々 r_0, θ_0, ϕ_0 の意味なり。

且 E_z 及 H_z の方向は前述の如くにして Z 軸を軸とする故後述の端子片中電流による電磁界と區別するために脚字 z を附したり。

3. 端子片中の電流による輻射電磁界及び合成電磁界

短絡端子の並行線に於ては端子片中の電流による電磁界の分布も考へる必要がある。第2圖に於て端子片中の



第 2 圖

電流 $I_m \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} vt \right)$ が P 點に生ずる電磁界は

$$\begin{aligned} E = -H &= -\frac{D}{v^2} \frac{\sin \alpha_0}{r} \frac{d}{dt} \\ &\quad \left[I \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r) \right] \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

但し α_0 は r が y 軸となす角、 I, E は y 軸の方向を正とす。而して短絡片の長さ D は波長に比して小とし此の内の電流分布は一定にして中心に集中して居るものと假定する。即ち短絡片中の各部の電流が P 點に同一位相の電磁界を生ずるものとす。(前節 r_0, θ_0, ϕ_0 に於けると同様 α_0 の脚字。を省略す)

I_1, I_2 は

$$\left. \begin{aligned} \hat{I}_1 &= I_m \cos \varphi_1 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r_1) \\ \hat{I}_2 &= I_m \cos \varphi_2 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

を P 點に及ぼし且 r が他の dimension に對して充分大なる時は

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= r_0 - l_1 \cos \theta_1 \\ r_2 &= r_0 - l_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

なる故、端子片中の電流の生ずる電磁界は次の (15) 式の如くなり、其の方向は電界は y 軸を中心とする子午線上にあり、磁界は此の電界に直角に y 軸を軸とする圓周上にある。従つて脚字 y を附して表せば、

$$\begin{aligned} E_y = -H_y &= I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha \\ &\quad \times \left[\cos \varphi_2 \cos (\varepsilon + \varphi_2 \cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - (\cos \varphi_1 \cos (\varepsilon + \varphi_1 \cos \theta)) \right] \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

然るに前節の E_z と E_y との間には β 角があり〔附録参照〕

$$\cos \beta = -\cot \theta \cot \alpha \dots\dots\dots (16)$$

更に

$$\cos \alpha = \sin \theta \cos \phi \dots\dots\dots (17)$$

の關係がある故 E_y の E_z 方向の分力は

$$\begin{aligned} E_{yz} &= E_y \cos \beta \\ &= -I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta \cos \phi \\ &\quad \times \left[\cos \varphi_2 \cos (\varepsilon + \varphi_2 \cos \theta) - \cos \varphi_1 \cos \right. \\ &\quad \left. (\varepsilon + \varphi_1 \cos \theta) \right] \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

以下磁界 H に関しては夫々 E に直角関係にあるを以て E に関してのみ計算を行へば H の大きさは E に等しく方向は是に直角として決定さるゝ故是を省略す。

次に E_y の E_z と直角方向の分力は

$$\begin{aligned} E_\phi &= E_y \sin \beta \\ &= I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \phi \\ &\quad \times \left[\cos \varphi_2 \cos(\varepsilon + \varphi_2 \cos \theta) - \cos \varphi_1 \cos \right. \\ &\quad \left. (\varepsilon + \varphi_1 \cos \theta) \right] \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

〔(16) 式 (17) 式より $\sin \alpha \sin \beta = \sin \phi$ は容易に證明出来る〕

而して Z 軸中心の子午線上の合成電界は (10) 式と (18) 式とより

$$\begin{aligned} E_\theta &= E_z + E_{yz} \\ &= I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \phi \\ &\quad \times \left[\sin \varphi_2 \sin(\varepsilon + \varphi_2 \cos \theta) - (\sin \varphi_1 \sin \right. \\ &\quad \left. (\varepsilon + \varphi_1 \cos \theta)) \right] \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

茲に E_θ と E_ϕ とは互に直角の関係にあり、 E_θ は普通現れる coil antenna 式の電界であるが、 E_ϕ は岡部教授⁽³⁾によつて発見された異状輻射電界である。

4. 並行線上の定在波による合成電界

前述の如く端子電流を考へた場合の並行線定在波の電界として Z 軸子午線上の E_θ と之に直角な E_ϕ とがあり

$$\begin{aligned} E_\theta &= I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \phi \\ &\quad \times \left[\sin \varphi_2 \sin(\varepsilon + \varphi_2 \cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - \sin \varphi_1 \sin(\varepsilon + \varphi_1 \cos \theta) \right] \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_\phi &= I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \phi \\ &\quad \times \left[\cos \varphi_2 \cos(\varepsilon + \varphi_2 \cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - \cos \varphi_1 \cos(\varepsilon + \varphi_1 \cos \theta) \right] \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

の兩式を得る。此の兩式を見るに、 φ_1, φ_2 なる二つの楕圓偏波の合成である事が明かになる。

$\phi=0$, or π , 或は $\phi=\frac{\pi}{2}$ or $\frac{3}{2}\pi$ に對しては E_θ のみ或は E_ϕ のみが残るが他の ϕ 角に對しては楕圓偏波となる。

尙上式を變化して見ると

$$\begin{aligned} E_\theta &= I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \phi \\ &\quad \sqrt{\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 - 2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos[(\varphi_2 - \varphi_1) \cos \theta]} \\ &\quad \sin(\varepsilon + \delta_\theta) \dots\dots\dots (23) \\ E_\phi &= I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 - 2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos[(\varphi_2 - \varphi_1) \cos \theta]} \\ &\quad \cos(\varepsilon + \delta_\phi) \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$$\delta_\theta = \tan^{-1} \frac{\sin \varphi_2 \sin(\varphi_2 \cos \theta) - \sin \varphi_1 \sin(\varphi_1 \cos \theta)}{\sin \varphi_2 \cos(\varphi_2 \cos \theta) - \sin \varphi_1 \cos(\varphi_1 \cos \theta)} \dots\dots\dots (25)$$

$$\delta_\phi = \tan^{-1} \frac{\cos \varphi_2 \sin(\varphi_2 \cos \theta) - \cos \varphi_1 \sin(\varphi_1 \cos \theta)}{\cos \varphi_2 \cos(\varphi_2 \cos \theta) - \cos \varphi_1 \cos(\varphi_1 \cos \theta)} \dots\dots\dots (26)$$

となる故

$$\begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \cos \varphi_1 = \pm \sin \varphi_2 = \pm \cos \varphi_2 = \pm 1/\sqrt{2} \\ \text{即ち } \varphi_1 &= \frac{\pi}{4} (1+8n) \\ \varphi_2 &= \frac{\pi}{4} (1+4m) \end{aligned} \dots\dots\dots (27)$$

$m; n$ は整数

にして更に p, q を整数とする場合

$$\begin{aligned} \cos \phi &= \pm \sin \phi \\ \text{即ち } \phi &= \frac{\pi}{4} (1+2p) \end{aligned} \dots\dots\dots (28)$$

なる関係があれば θ の値如何に關せず完全な圓偏波となる事がわかる。此の圓偏波の最大値は

$$E = \sqrt{2} I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \dots\dots\dots (29)$$

となり

$$-2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos(N\pi \cos \theta) = 1, N = m - 2n \dots\dots\dots (30)$$

の場合に現れる。即ち

$$\begin{aligned} 2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 &= 1 \text{ のときは} \\ \cos(N\pi \cos \theta) &= -1 \\ \text{即ち } \cos \theta &= \frac{2q+1}{N} \end{aligned} \dots\dots\dots (31)$$

$$\begin{aligned} 2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 &= -1 \text{ のときは} \\ \cos(N\pi \cos \theta) &= 1 \\ \text{即ち } \cos \theta &= \frac{2q}{N} \end{aligned} \dots\dots\dots (32)$$

の場合圓偏波は最大である。而して

$$2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 = 1 \text{ にして } \cos \theta = \frac{2q}{N} \dots\dots (33)$$

又

$$2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 = -1 \text{ にして } \cos \theta = \frac{2q+1}{N} \dots\dots\dots (34)$$

なるときは圓偏波は零となる。

尙上 (27) 式以外の次の条件でも圓偏波が得られる。

$$\begin{aligned} \cos \theta &= 0 \quad \text{即ち } \theta = \frac{\pi}{2} \\ \varphi_1 &= 0; \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \\ \cos \phi &= \pm \sin \phi \quad \text{即ち } \phi = \frac{\pi}{4} (1+2p) \end{aligned} \dots\dots (35)$$

5. 並行線上定在波の輻射電力及び輻射抵抗

電磁波の輻射電力は次の Vector 積 Poynting Flux によつて計算される。

$$dP = \frac{v}{4\pi} [E_s H_m] ds \quad (36)$$

輻射源を中心に波長及び此の場合は線長 l に比して遙に大きい半径 r の球面を考へ、此の球面上で微小面積

$$ds = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (37)$$

に對して積分すると全輻射電力が得られる。

而して $E_s H_m$ ととは互に直角であつてその數値は(2)式に示す如く相等しい故、此の輻射電力は

$$P = \int dP = \frac{v}{4\pi} r^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi E_s^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (38)$$

を計算すればよい。處が此の並行線系の電界 E_s は E_θ と E_ϕ との二成分を持つ故、是等の vector 和に對して計算せねばならぬ。併し E_θ , E_ϕ は直角關係にあるを以て、夫々單獨に上の計算を行ひ代數和を取ればよい事になる。即ち

$$P = \frac{v}{4\pi} r^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (E_\theta^2 + E_\phi^2) \sin \theta d\theta d\phi \quad (39)$$

之に(21)(22)式を代入して積分を行ひ time average を求めると

$$P = 2I_m^2 \frac{\pi^2}{v} \left(\frac{D}{\lambda} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\} \quad (40)$$

$$\text{但 } \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (l_2 - l_1) \quad (41)$$

尚上記 I_m は電流腹の最大値なる故實効値になほすと

$$I_m^2 = 2I_e^2 \quad \text{となり}$$

$$P = I_e^2 \frac{1}{v} \left(\frac{2\pi D}{\lambda} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\} \quad (42)$$

即ち電流腹に對する抵抗として

$$R = \frac{1}{v} \left(\frac{2\pi D}{\lambda} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\} \quad (43)$$

なほこの抵抗を實用單位になほせば

$$R = 120 \left(\pi \frac{D}{\lambda} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\} \Omega \quad (44)$$

の如き興味ある結果を得る。

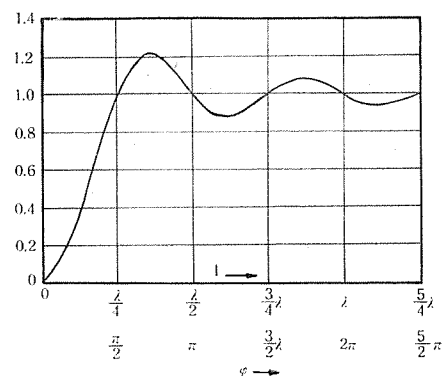
上式中

$$R_{\left(n \frac{\lambda}{4}\right)} = 120 \left(\pi \frac{D}{\lambda} \right)^2 \Omega \quad (45)$$

は $\lambda/4$ の整数倍の長さの定在波並行線の輻射抵抗として與へられるものであるが、

$$\frac{R}{R_{(n\lambda/4)}} = 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \quad (46)$$

は全く筆者等によつて始めて得られたものであつて、 φ に對して第3圖の如き變化をなし $2\varphi = n\pi$ 、即ち $l = n \frac{\lambda}{4}$ の場合のみ1で他の φ に對しては減幅變化を行つて居る事を知る。尚注意すべきは關係するのは $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ であつて φ_2 , φ_1 の値それ自身には關せず、端子が開放とか短絡とかの特別の場合に限らぬ事である。



第 3 圖

6. 正弦單一進行波に對する並行線輻射電界

次に進行波に對する並行線の輻射特性を考へて見る。一般に正弦波に對する並行線の電流分布は

$$\dot{I}_z = \dot{I}_0 \cosh \gamma Z + \frac{\dot{E}_0}{W} \sinh \gamma Z \quad (47)$$

$$\gamma = \alpha + j \frac{2\pi}{\lambda} \quad (48)$$

前例の如く損失項を省略すると

$$\dot{I}_z = \dot{I}_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} Z + j \frac{\dot{E}_0}{W} \sin \frac{2\pi}{\lambda} Z \quad (49)$$

$$\dot{E}_0 = r \dot{I}_0 \quad r = \text{端子 インピーダンス} \quad (50)$$

にて置換すると

$$\dot{I}_z = \dot{I}_0 \left[\cos \frac{2\pi}{\lambda} Z + j \frac{r}{W} \sin \frac{2\pi}{\lambda} Z \right] \quad (51)$$

即ち二つの定在波の合成と見る事が出来、 r が一般のインピーダンスの場合は後述の如く複雑であるが純抵抗の場合は極めて簡単である。

定在波の場合と規を同じくするために

$$\dot{I}_0 = I_m \sin \omega t = I_m \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt \quad (52)$$

とせば

$$j \dot{I}_0 = I_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} vt \quad (53)$$

となり、

$$\begin{aligned} \dot{I}_z = I_m \left[\cos \frac{2\pi}{\lambda} Z \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt \right. \\ \left. + \frac{r}{W} \sin \frac{2\pi}{\lambda} Z \cos \frac{2\pi}{\lambda} vt \right] \quad (54) \end{aligned}$$

是等の二つの定在波は位相も $\pi/2$ 異なる故輻射電力及び輻射抵抗は夫々獨立に計算して後で代數和を取ればよい。

そこで先づ(54)前式第一項に對しては(21)、(22)式そのまゝとなり第二項に對しては、 $\frac{r}{W}$ を除いて考へると

$$\begin{aligned} E_\theta = -I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \varphi \\ \times \left[\cos \varphi_2 \cos (\epsilon + \varphi_2 \cos \theta) \right. \\ \left. - \cos \varphi_1 \cos (\epsilon + \varphi_1 \cos \theta) \right] \quad (55) \end{aligned}$$

$$E_{\phi} = -I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \phi \times \left[\sin \varphi_2 \sin (\varepsilon + \varphi_2 \cos \theta) - \sin \varphi_1 \sin (\varepsilon + \varphi_1 \cos \theta) \right] \quad (56)$$

が容易に得られ且 $r=W$ とせば単一進行波のみとなり第4圖の如く原點を並行線の一端にとると (21), (22), (55), (56) 式の合成にて $\varphi_1=0$, $\varphi_2=\varphi$ なる故

$$E_{\theta} = -I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \phi \left[\cos \left\{ \varepsilon + \varphi (\cos \theta + 1) \right\} - \cos \varepsilon \right] = 2I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \phi \sin \left[\varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \sin \left[\varepsilon + \varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (57)$$

$$E_{\phi} = -2I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \phi \sin \left[\varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \sin \left[\varepsilon + \varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (58)$$

よつて E_{θ} と E_{ϕ} との合成は更に

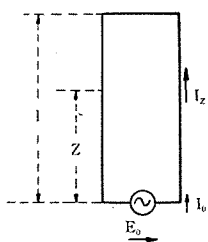
$$E = E_{\theta} - jE_{\phi} = 2I_m \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \left(\varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \sin \left(\varepsilon + \varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \cdot (\cos \phi + j \sin \phi) \quad (59)$$

然るに

$$\cos \phi + j \sin \phi = \varepsilon j \phi \quad (60)$$

となる故 Z 中心の子午線に對して常に ϕ 角の方向を向いて居る單一 vector である事がわかる。即ち

$$\left. \begin{aligned} \phi=0 \text{ では } Z \text{ 軸子午線上に } Z \text{ 軸方向} \\ \phi=\frac{\pi}{2} \text{ では } Z \text{ 軸と直角即 } y \text{ 軸と平行で逆方向} \\ \phi=\pi \text{ では } Z \text{ 軸子午線上で方向逆} \\ \phi=\frac{3\pi}{2} \text{ では } y \text{ 軸と平行、方向逆} \left(\phi=\frac{\pi}{2} \text{ と同じ} \right) \end{aligned} \right\} \quad (61)$$



第4圖

の如き方向を有し、大きさ及位相は ϕ によつて變化しない電界となる事を知る。尙此の場合 $\sin(\varphi \cos^2 \theta/2)$ によつて強度が變化する事は注意すべきで $\theta=\pi$ 方向は零其他 $\varphi \cos^2 \theta/2 = n\pi$ にても零となる。

7. 往復正弦進行波に對する合成電界

前述 (50), (51) 式で負荷 インピーダンス r が一般の場合

$$\frac{r}{W} = \xi + j\eta \quad \text{となり} \quad I_Z \text{ は} \\ I_Z = I_0 \left[\cos \frac{2\pi}{\lambda} Z + j(\xi + j\eta) \sin \frac{2\pi}{\lambda} Z \right]$$

$$= \frac{I_0}{2} \left[\sqrt{(1+\xi)^2 + \eta^2} e^{j\left(\frac{2\pi}{\lambda} Z + \tan^{-1} \frac{\eta}{1+\xi}\right)} + \sqrt{(1-\xi)^2 + \eta^2} e^{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda} Z + \tan^{-1} \frac{\eta}{1-\xi}\right)} \right] = I_{1Z} + I_{2Z} \quad (62)$$

の如く一般に往復の二進行波に分割出来るものであつて各進行波は夫々 $I_0 = I_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt$ とする場合、

$$I_{1Z} = I_1 \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (vt + Z) + \tan^{-1} \frac{\eta}{1+\xi} \right] \quad (63)$$

$$I_{2Z} = I_2 \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (vt - Z) - \tan^{-1} \frac{\eta}{1-\xi} \right] \quad (64)$$

但し

$$I_1 = \frac{I_0}{2} \sqrt{(1+\xi)^2 + \eta^2} \quad (65)$$

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \sqrt{(1-\xi)^2 + \eta^2} \quad (66)$$

で表はされるものである。

上の二進行波は亦夫々獨立に (57), (58) 式の如き電磁界を興へる故に是等の合成は

$$E_{\theta} = 2 \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \phi \times \left[I_1 \sin \left(\varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \sin \left(\varepsilon + \tan^{-1} \frac{\eta}{1+\xi} + \varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) + I_2 \sin \left(\varphi \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \sin \left(\varepsilon - \tan^{-1} \frac{\eta}{1-\xi} - \varphi \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (67)$$

$$E_{\phi} = 2 \frac{D}{vr} \frac{2\pi}{\lambda} \sin \phi \times \left[-I_1 \sin \left(\varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \sin \left(\varepsilon + \tan^{-1} \frac{\eta}{1+\xi} + \varphi \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) + \varphi \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (68)$$

となる。

此の輻射電力を Poynting Flux によつて求めると、(39) 式と同様

$$P = \frac{v}{4\pi} r^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (E_{\theta}^2 + E_{\phi}^2) \sin \theta d\theta d\phi \quad (69)$$

にて計算し time average を取ると

$$P = \frac{1}{v} \left(\frac{2\pi D}{\lambda} \right)^2 (I_1^2 + I_2^2) (1 + \sin 2\varphi/2\varphi) \quad (70)$$

是が二進行波に對する輻射電力の一般式であつて端の負荷 インピーダンス の如何に關せず適應出来る式である。

上式で特別の場合を考へて見るに

$$\left. \begin{aligned} r=0 \text{ 即ち一端短絡の場合は} \\ \xi=0, \eta=0, I_1=I_2=I_0/2=I_m/2 \text{ なる故} \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

$$P_{r=0} = \frac{1}{v} \left(\frac{2\pi D}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{2} I_m^2 \left(1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right) = 2 \frac{1}{v} \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 I_m^2 \left(1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right) \quad (72)$$

となり (40) 式と全く一致する事は勿論である。

$$\text{亦 } r=W \text{ 即ち } \xi=1, \eta=0 \text{ の場合は} \left\{ \begin{aligned} I_1=I_2=I_m \end{aligned} \right. \quad (73)$$

なるにより

$$P_{r=w} = 4 \frac{1}{v} \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 I_m^2 \left(1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right) = 2P_{r=a} \quad \dots\dots\dots(74)$$

の如く単一定在波の場合の二倍の電力となる事を知る。是は亦 (57), (58), (59) 式より直接得られる結果であつて、 $r=W$ の単一進行波の場合の輻射抵抗は

$$R = 240 \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\} \Omega \quad \dots\dots\dots(75)$$

となり、定在波に對するものゝ二倍となる事を知る。是は (54) 式で述べた如く二つの定在波の合成と見られ位相も $\pi/2$ 異なる故各定在波に對して輻射電力を夫々獨立に計算してその代數和を取つたものに一致する事は明かである。

8. 結 論

定在正弦波電流分布を有する並行線よりの輻射電磁界は Maxwell-Hertz の理論を適用する事によつて求められるが、並行線部分のみならず端子片中の電流による輻射電磁界をも合成する必要あり。之によつて岡部教授の異常輻射電磁界をも説明する事が出来る。此の二つの電磁界を合成する事により一般の場合には楕圓偏波となるが、特殊の場合に限り圓偏波となる事をその條件と共に示した。

尚正弦波単一進行波電流の場合の輻射特性も之を二つの定在波として計算出来、更に往復進行波の場合には二つの単一進行波の合成として考へるのが便利である。

定在正弦波の場合の並行線の輻射電力は

$$P = I_e^2 \frac{1}{v} \left(\frac{2\pi D}{\lambda} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\}$$

となり、從つて電流腹に對する輻射抵抗は

$$R = 120 \left(\pi \frac{D}{\lambda} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\} \Omega$$

$$= R_{(n\lambda/4)} \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\}$$

但し $R_{(n\lambda/4)}$ は $\frac{\lambda}{4}$ の整数倍長の並行線の輻射抵抗である。

尚単一進行波の場合の輻射電力は定在波の場合の二倍となり

$$P = 2 \frac{1}{v} \left(\frac{2\pi D}{\lambda} \right)^2 I_0^2 \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\}$$

往復進行波の場合の輻射電力も

$$P = 2 \frac{1}{v} \left(\frac{2\pi D}{\lambda} \right)^2 (I_1^2 + I_2^2) \left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\}$$

以上の如くすべて $\left\{ 1 - \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi} \right\}$ なる項が入る事が認められた。

是迄諸氏によつて種々論じられて居るがその結果は何れも首肯出来兼ねるものである。是は端子片の電流による電磁界を考慮に入れて居らぬ處に誤の原因がある。

本研究の結果を利用して逆L型空中線の輻射抵抗を求める半實驗式を得て居るが、是に關しては次の機會に譲

る。

文 献

- (1) 原：進行正弦波電流分布を有する直線狀導体群よりの輻射電力に就いて

電學誌 昭和八年九月

共立社發行

加藤：短波空中線の研究

E.J. Sterba and C.B. Feldmann

Transmission Lines for Short-Wave Radio Systems

I. R. E. Vol. 20. P. 1163 (1932)

- (2) G. W. Pierce:

Electric Oscillations and Electric Waves

- (3) 岡部：並行線回路よりの電波の異常輻射

電學誌 昭和十五年七月

附 録

第5圖に示す如く並行線部の電界 E_z は Z 軸を軸とする子午線上にあり、短絡部の電界 E_y は y 軸を軸とする子午線上にあり、その間に β なる角を有す。

今 E_z と Z 軸の交點を a , E_y と y 軸の交點を b として、第6圖の關係を得る。この圖の兩三角形は平面上に書いてあるが、 P 點は一般に oab 面上にはない。併し左圖に於て

$$\overline{ab}^2 = \overline{aP}^2 + \overline{bP}^2 - 2\overline{aP} \overline{bP} \cos \beta$$

の關係が成立し、他方右圖に於ける如く E_y , E_z は共に $oP(r)$ に直角なる故に

$$\overline{ab}^2 = \overline{oa}^2 + \overline{ob}^2 = r^2 (\sec^2 \theta + \sec^2 \alpha)$$

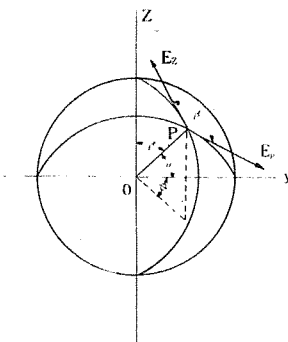
$$\text{又 } \overline{aP} = r \tan \theta \quad \overline{bP} = r \tan \alpha$$

なる故

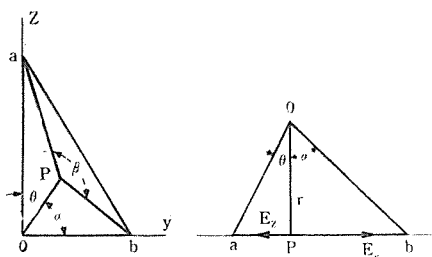
$$\sec^2 \theta + \sec^2 \alpha = \tan^2 \theta + \tan^2 \alpha - 2 \tan \theta \tan \alpha \cos \beta$$

$$\therefore 2 \tan \theta \tan \alpha \cos \beta = \tan^2 \theta - \sec^2 \theta + \tan^2 \alpha - \sec^2 \alpha = -2$$

$$\text{即ち } \cos \beta = -\cot \theta \cot \alpha$$



第 5 圖



第 6 圖

直流を重ねせる場合に於ける鐵共振現象

研 究 部 林 千 博

内 容 梗 概

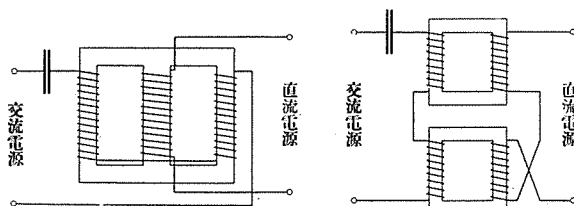
可飽和鐵心を有するインダクタンスに直流を重ねせる場合に發生する鐵共振現象に就いて考察した。直流値を適當に選定すれば、共振状態と非共振状態との間に準共振状態の存在する事を述べ、又適當なる條件の下に於いて唸り振動の發生する事を示した。

緒 言

茲に筆者は可飽和鐵心を有するインダクタンスと容量よりなる直列回路に交番電圧を加へた場合の共振現象⁽¹⁾及び分數調波振動⁽²⁾に就いて考察した。本論は該鐵心に直流捲線を設けたる場合の共振電流特性及びその發生領域に就き考究し、續いてこの種の回路に生ずる唸り振動の姿態を實驗的に明らかにせんとするものである。

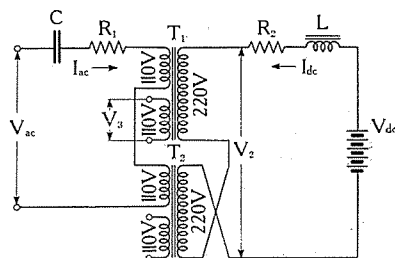
共振特性及びその發生領域

交番電圧を印加せるインダクタンス線輪と共に直流線輪を設ける場合には、該直流線輪中に交番電圧を誘起しない様になければならない。この爲には第1圖(a)或は(b)に示すが如き回路が用ゐられる。何れの場合にも直流線輪に生ずる交番電圧の極性は互に反對方向となり打消し合ふ爲に、該直流回路には殆んど交流が流れない。但し鐵心が飽和するに従つて、これらの交流線輪の磁化程度に不平衡を生じ、直流線輪には後に示す様に二倍の周波數の交番電圧を誘起する。尙第1圖(a),(b)の回路は全く等價的であるから、以下本論に於いては専ら(b)の回路に就いて實驗を行ふ事にする。



(a) 三脚變壓器を用ふるもの (b) 二脚の變壓器を用ふるもの

第1圖 共振回路

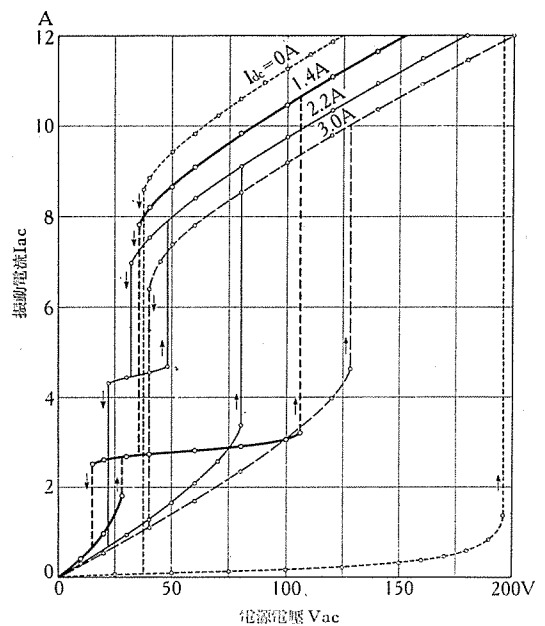


T₁, T₂ : 1 kVA 單相變壓器
L : 平滑用インダクタンス

第2圖 供試回路

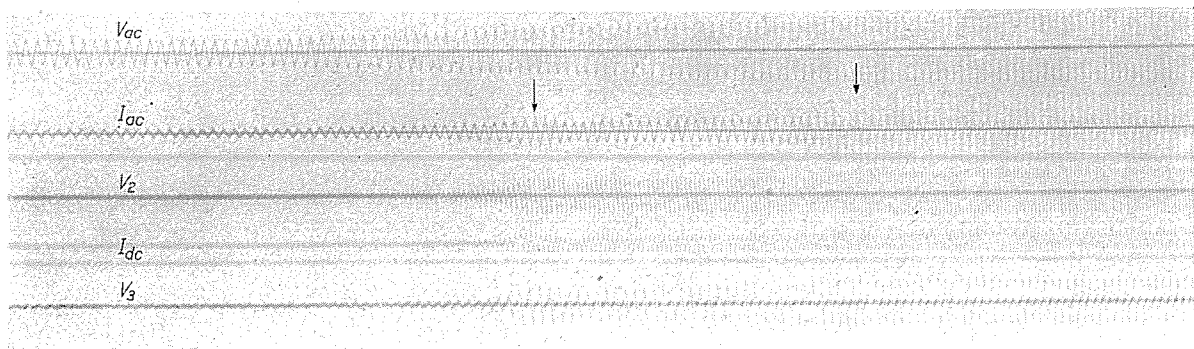
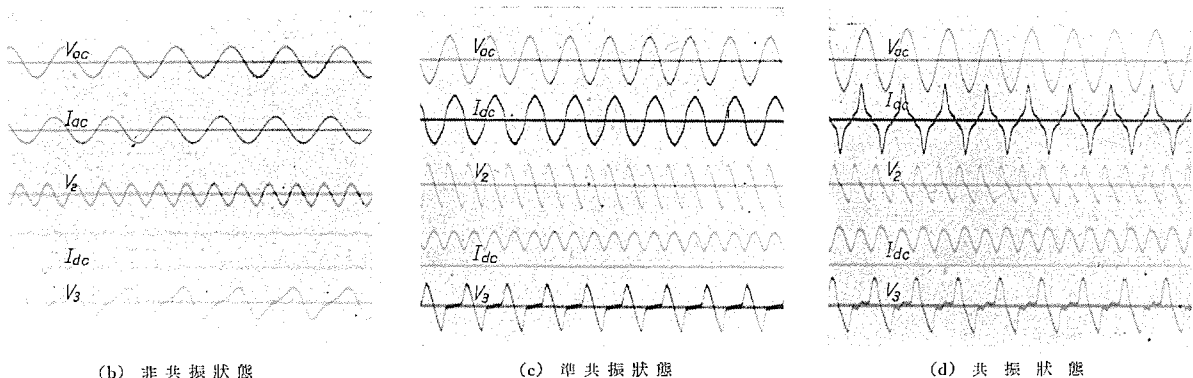
先づ(b)の回路に相當する第2圖に於いて、種々の直流電流 I_{dc} に對し交流電源電壓 V_{ac} と振動電流 I_{ac} の關係を求むれば第3圖の如くなる。圖中太線にて表はした特性は直流電流 $I_{dc}=1.4A$ の場合であつて、電源電壓を零より次第に上昇せしむれば、28Vに達したる時第一段の飛躍を行ひ、其の後振動電流の増加は緩漫であるが、電源電壓が106Vに達すれば第二段の飛躍を行ひ、電流は急激に増加する。又電源電壓を降下せしむる場合にも同様に二段の跳躍現象を伴つてゐる。以下本論に於いては便宜上この三段の状態を非共振、準共振及び共振状態と稱する。これらの状態は直流を重ねせる場合に常に發生するものではなく、例へば直流電流 $I_{dc}=3A$ の時には圖中破線の経路に示すが如く、準共振状態は現れない。尙點線にて示した特性は $I_{dc}=0A$ 即ち直流を重ねしない場合の共振特性である。

第4圖に示すオシログラムはこれらの振動電壓、電流波形を示すものであつて、(a)は電源電壓 V_{ac} を次第に上昇せしめたる場合に發生する二段の跳躍現象を示し(圖中の矢印)、(b),(c),(d)は夫々非共振、準共振及び共



C=50μF, R₁=0.84Ω
V_{dc}=85V, (第2圖参照)

第3圖 直流を重ねせる場合の共振特性(實驗値)

(a) 電源電壓 V_{ac} を次第に上昇せしめたる場合

(b) 非共振状態

(c) 準共振状態

(d) 共振状態

V_{ac} : 交流電源電圧, V_2 : 直流回路に誘起する電圧, V_3 : 三次巻線に誘起する電圧, I_{ac} : 交流回路電流,
 I_{dc} : 直流回路電流 (第 2 図参照)

第 4 図 振動電圧、電流波形

第 1 表 オシログラム (第 4 図) に對する回路要素の値及び電壓、電流實効値

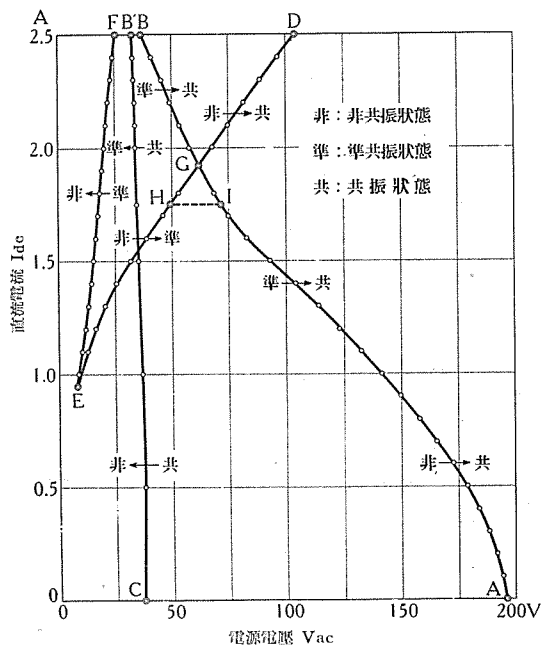
オシログラム	容量 C (μF)	抵抗 R_1 (Ω)	交流電源電圧 V_{ac} (V)	直流電源電圧 V_{dc} (V)	直流回路誘起 電圧 V_2 (V)	三次巻線誘起 電圧 V_3 (V)	交流回路電流 I_{ac} (A)	直流回路電流 I_{dc} (A)
第 4 図 (a)	50	7.35	50~100	83.0	13~463	15.8~195	1.85~8.50	1.85
(b)	50	7.35	50.0	83.0	13.0	15.8	1.85	1.85
(c)	50	7.35	76.5	83.0	326	134	3.88	1.85
(d)	50	7.35	96.0	83.0	457	193	8.30	1.85

振動状態を示す。振動電流 I_{ac} は非共振状態では正弦波形に近い進相電流であるが、準共振状態では遅相電流となり、共振状態では再び進相電流となつて、次第に急峻波形となる。直流回路に誘起する電圧 V_2 、電流 I_{dc} は何れも電源の二倍の周波数を以つて變化する。これらのオシログラムに對する回路要素の値及び電壓、電流實効値を第 1 表に掲げた。

第 5 圖は電源電圧 V_{ac} 及び直流電流 I_{dc} を變へて準共振及び共振状態の發生領域を實驗的に求めたものである。圖中の矢印は電源電壓をその方向に昇降せしめたる時に變化する各種の状態を示す。例へば $I_{dc}=0A$ の場合には、 V_{ac} を上昇せしめると境界曲線 AB との交點 A にて共振状態を發生し、逆に一旦發生した共振状態は V_{ac} を降下せしめても曲線 $B'C$ との交點 C に至る迄持續する。次に $I_{dc}=1.5A$ の場合には、 V_{ac} を上昇せしめると曲線 DE との交點にて準共振状態を發生し、

更に V_{ac} を上昇せしめて曲線 AB との交點にて共振状態となる。更に $I_{dc}=2.5A$ の場合には、 V_{ac} を上昇せしむる時には準共振状態を發生しないで點 D に至つて初めて共振状態となる。 V_{ac} を降下せしむれば點 B' にて準共振状態となり、一旦準共振状態になれば、再び V_{ac} を上昇せしめ點 B にて共振状態を發生する。尙境界曲線の一部 GH 間にては電源電圧 V_{ac} を上昇せしめると非共振状態より準共振状態に移行する筈であるが、共振状態の發生境界曲線 GI に接近してゐる爲に直ちに共振状態に移行する。従つて電源電圧 V_{ac} を上昇せる時共振状態の發生する境界は曲線 $AIHGD$ により與へられる事になる。

又曲線 AB と $B'C$ は直流電流 I_{dc} を増加せしむれば一點に會するのであつて、此の状態は第 6 圖に示されてゐる。同圖は直列容量 C を $20\mu F$ に減少せしめた場合であつて、これより二點 BE 間の直流電流 I_{dc} に對



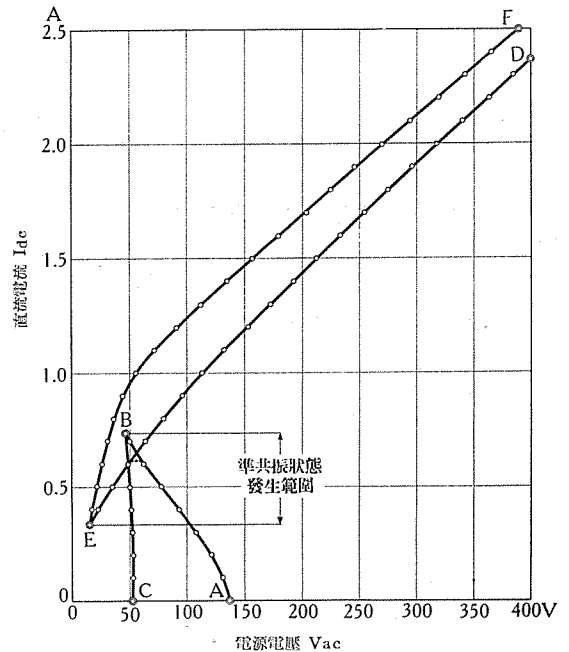
$C=50\mu F$, $R_1=0.84\Omega$, $V_{dc}=85V$

AB: 電源電圧 V_{ac} を上昇せる時 非共振状態より共振状態に移行する境界
 B'C: 電源電圧 V_{ac} を降下せる時 共振状態より非共振状態に移行する境界
 DE: 電源電圧 V_{ac} を上昇せる時 非共振状態より準共振状態に移行する境界
 EF: 電源電圧 V_{ac} を降下せる時 準共振状態より非共振状態に移行する境界

第 5 圖 準共振及び共振状態の發生領域 (其の一)

して準共振状態が発生する事になる。

次にこれらの直流を重ねる場合の共振現象に対する圖式解法を示さう。この時にも一般の直流を重ねない場合の圖式解法⁽¹⁾ を其の儘適用する事が出来る。即ち交流回路のインダクタンス、容量及び抵抗の端子電圧を夫々 V_L , V_C 及び V_R とし、印加電圧を V_{ac} 、回路電流を



$C=20\mu F$, $R_1=7.28\Omega$, $V_{dc}=84V$

第 6 圖 準共振及び共振状態の發生領域 (其の二)

I_{ac} とすれば

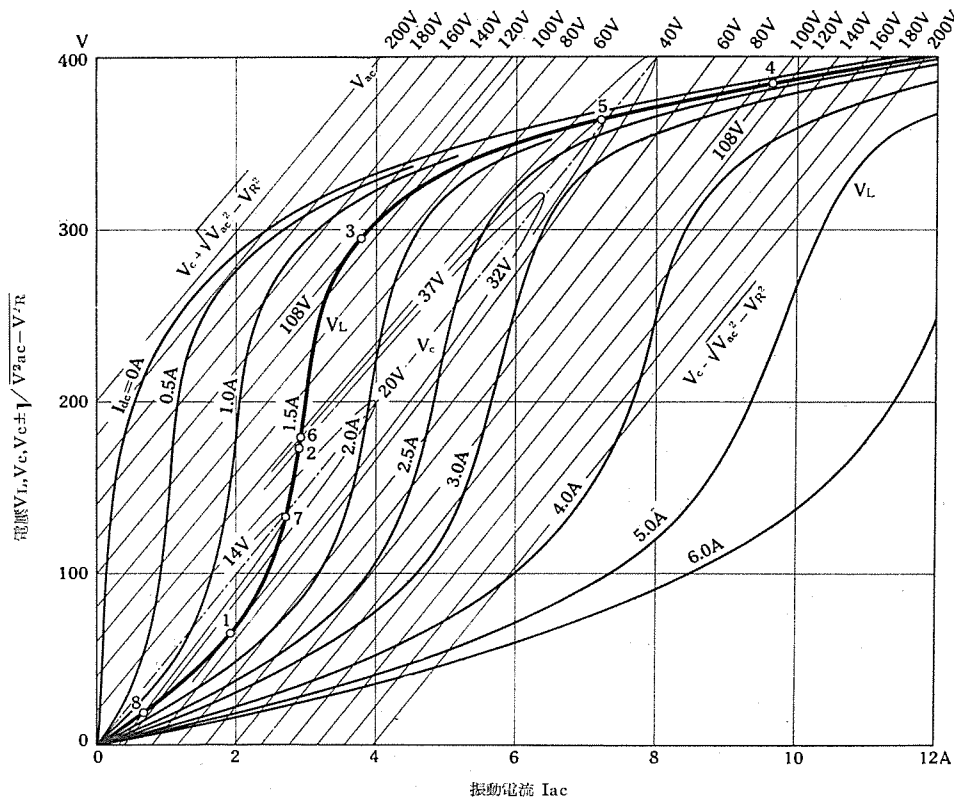
$$V_L = V_C \pm \sqrt{V_{ac}^2 - V_R^2},$$

但し

$$V_C = I_{ac} / \omega C, \quad V_R = I_{ac} \cdot R_1$$

.....(1)

となる。 V_L と I_{ac} との関係を實驗的に求めて第 7 圖に示した。此の飽和特性は勿論直流電流 I_{dc} の値により著しい影響を受けるものであつて、圖に於いては I_{dc} を 0 乃至 6A に變化せしめた。一般に實効 インダクタンス は直

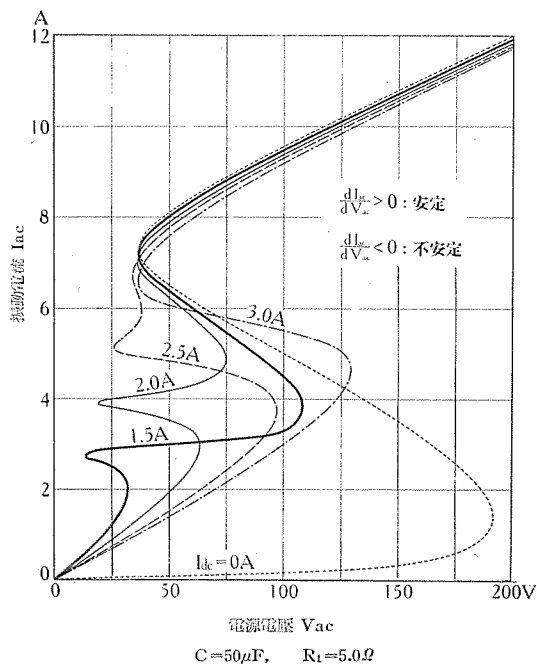


第 7 圖 直流を重ねる場合の直列共振回路に対する圖式解法

流電流による飽和の爲に交番電圧 V_{ac} の小なる時却つて小さく、 V_{ac} の上昇と共に一旦増加し、更に V_{ac} を上昇せしむれば交流電流による飽和の爲に再び減少する。次に原点より斜右上に走る鎖線は直列容量 $C=50\mu F$ に相当する V_C の特性であつて、 $V_C \pm \sqrt{V_{ac}^2 - V_R^2}$ の曲線を V_{ac} をパラメーターとして 20V 間隔に 200V 迄示した。但し交流回路の抵抗 R_L を鐵損その他を考慮して 5Ω と假定した。

さて代表的に $I_{dc}=1.5A$ の場合に就いて考察する。(その飽和特性 V_L を圖中太線にて示す)。 V_L - 特性とこの傾斜せる曲線群 $V_C \pm \sqrt{V_{ac}^2 - V_R^2}$ との交點は明かに式 (1) を満足し、それに相當する I_{ac} は與へられた印加電圧 V_{ac} に対する振動電流となる。先づ V_{ac} を 0 より次第に上昇せしむればその交點は原点より出發し、點 1 に至りて V_L - 特性は傾斜せる曲線 $V_C \pm \sqrt{V_{ac}^2 - V_R^2}$ と相切する。此の時の V_{ac} の値は 32V であつて、これより V_{ac} を上昇せしむれば交點は 2 に飛躍する。即ちこれは非共振状態より準共振状態に移行する場合である。更に V_{ac} を上昇せしむれば交點 2 より右上に移動し、點 3 にて相切し、續いて交點 4 に飛躍する。この時の V_{ac} は 108V であつて、準共振状態より共振状態に移行する場合である。同様にして電源電圧 V_{ac} を降下せしめた場合には、交點は V_L - 特性を左下に移動し、點 5 にて相切し、續いて交點 6 に飛躍する。此の時の V_{ac} は 37V であつて、更に V_{ac} を降下せしむれば 14V に至り切點 7 より交點 8 に移る。これ等は夫々共振状態より準共振状態及び準共振状態より非共振状態に移行する場合である。

これらの交點に相當する電源電圧 V_{ac} 及び振動電流 I_{ac} の關係を第 8 圖に示した。これは第 3 圖の共振特性



に相當するものである。圖中太線にて示した特性は上に述べた直流電流 $I_{dc}=1.5A$ の場合であり、其の他 I_{dc} を種々に變化せしめた場合の特性を同様にして求めた。一般に或一つの電源電圧に對し定常状態の共振電流は最大相異なる五つの値を有し得る事が判るが、(例へば $I_{dc}=2A$, $V_{ac}=50V$)、これらの内電源電圧 V_{ac} を上昇せしめた時に振動電流 I_{ac} の減少する様な場合は不安定であつて實在しない状態である*。即ち

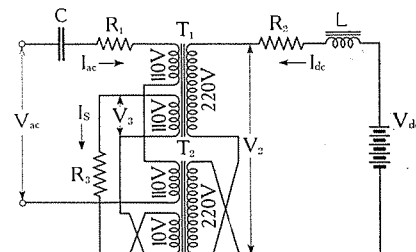
$$\frac{dI_{ac}}{dV_{ac}} > 0 : \text{安定},$$

$$\frac{dI_{ac}}{dV_{ac}} < 0 : \text{不安定}$$

となる。第 8 圖にて $I_{dc}=0, 3.0A$ の場合には準共振状態が現れてゐないが、その中間の $I_{dc}=1.5, 2.0, 2.5A$ の場合には特性曲線上に不安定な部分が二箇所宛あり、その間の部分が準共振状態となる。又これ等の特性より第 5 圖に示した各種の振動状態の發生領域と全く同様の關係が得られる。

唸り振動の發生

以上に述べた様に直列共振現象に於いては重疊せる直流電流がその共振特性に大きい影響を與へるものであるが、更に直流回路の適當なる條件の下に於いて唸り振動を發生する場合がある。即ち交流電源電圧及び重疊せる直流電流を適當に選び、且つ直流回路のインピーダンスを低く保つ時には、該回路の電流は交流周波数の二倍の振動の外に自動的に緩慢なる低周波振動を發生し、それに伴つて交流側の振動電流は共振状態と非共振状態を交互に繰返す様になる。斯る現象は直流回路のインピーダンス



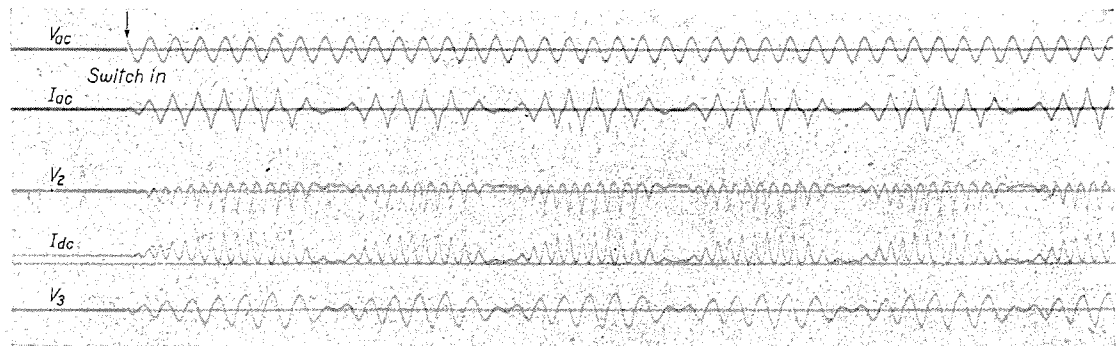
T₁, T₂: 1kVA 単相變壓器

L: 平滑用 インダクタンス

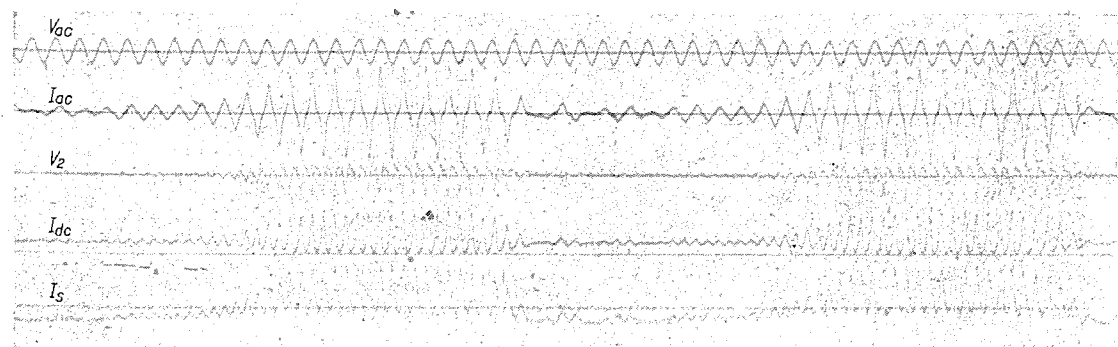
第 9 圖 唸り振動發生回路

が高くとも、別に鐵心に第 9 圖に示すが如く三次回路を設け、そのインピーダンスを低くした場合には全く同様に發生する。第 10 圖に示すオシログラムは斯る振動電圧、電流の波形であつて、同圖 (a) は三次回路を開放した場合である。この場合の唸り振動の周期は比較的短い (b) 及び (c) は三次回路を接続し、その抵抗 R_s を順次減少せしめた場合であつて、唸り振動の周期は次第に長くなる。尙これ等のオシログラムに對する回路要素の値及

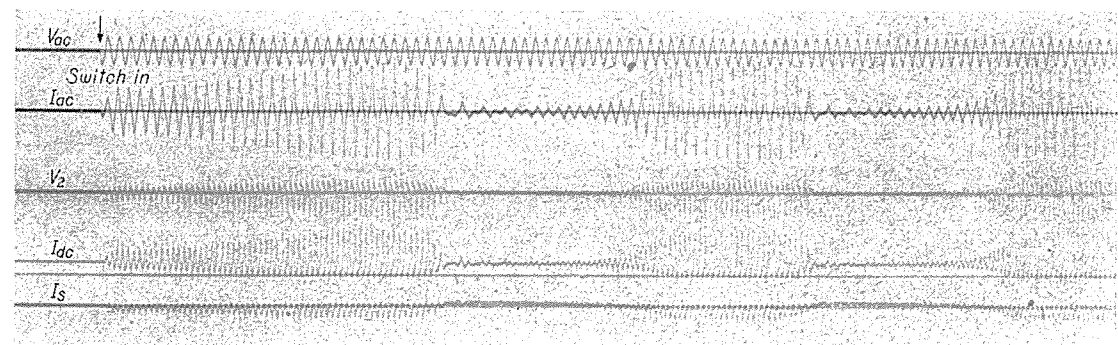
* 非線型振動回路に於ける周期解の安定條件に就いては他日詳しく報告する考へである。



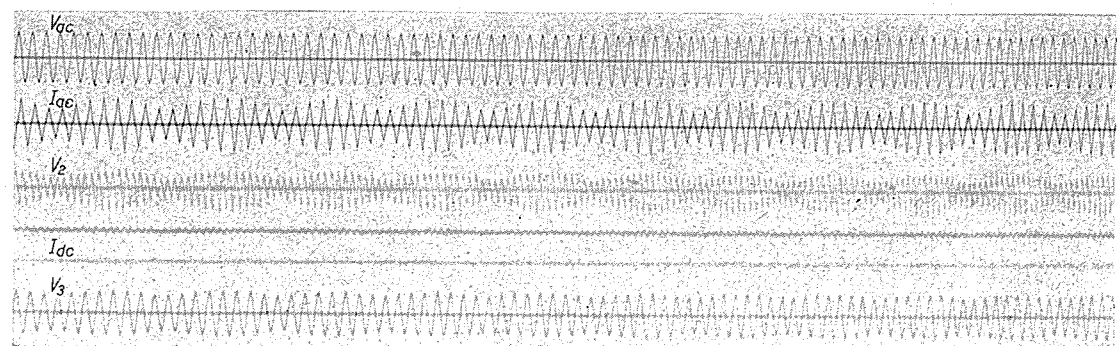
(a) $R_3 = \infty \Omega$, $I_{dc} = 1.02A$



(b) $R_3 = 1.52 \Omega$, $I_{dc} = 1.02A$



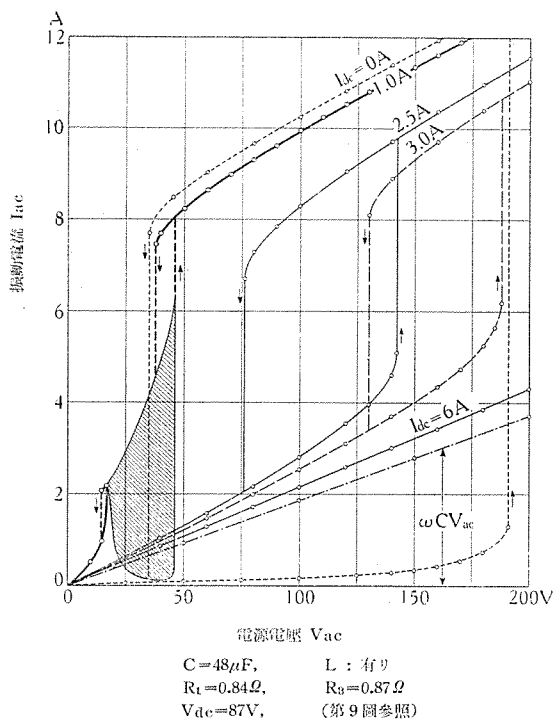
(c) $R_3 = 0.87 \Omega$, $I_{dc} = 1.02A$



(d) $R_3 = 0.87 \Omega$, $I_{dc} = 0.64A$

V_{ac} : 交流電源電圧, V_2 : 直流回路に誘起する電圧, V_3 : 三次巻線に誘起する電圧, I_{ac} : 交流回路電流,
 I_{dc} : 直流回路電流, I_s : 三次回路短絡電流 (第9圖参照)

第 10 圖 唸り振動電壓、電流波形 (其の一)



第11図 噛り振動を伴ふ場合の共振特性

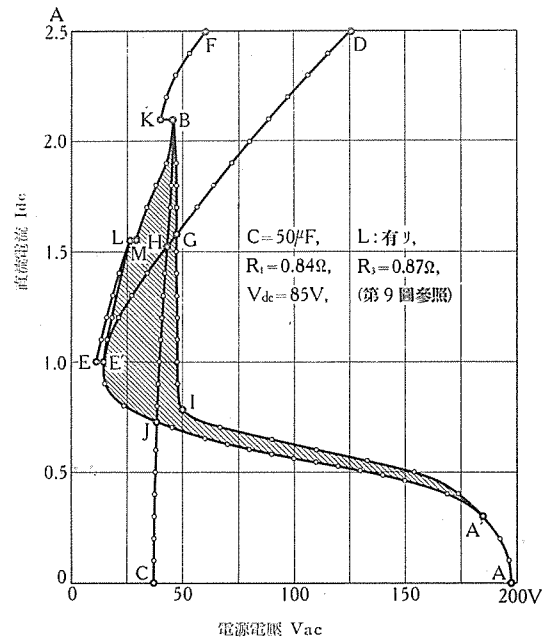
び電圧、電流實効値を第2表に掲げた。

第11圖は斯る噛り振動の發生する場合の電流特性の一例を示すものであつて、 $I_{dc}=1.0A$ の場合に斜線を施せる部分に於いて噛り振動を發生する。準共振状態は殆んど現れず、電源電圧 V_{ac} を降下せしめて噛り振動が停止した場合に僅かに認められる程度であつて、 V_{ac} を上昇せしむれば噛り振動より直ちに共振状態に移行する。換言すれば準共振状態の發生すべき部分が噛り振動に變化するものと考へられる。

第12圖は直流電流と交流電源電圧を變化せしめて噛り振動の發生する領域及び種々の振動状態の境界曲線を求めたものであつて、その詳細なる説明は同圖に附記した。斜線を施せる部分が噛り振動の發生領域であつて、直流電流 $I_{dc}=0.8\sim 2.1A$ の範圍に於いて最も強く發生する。直流電流の小なる時にも電源電圧を上昇せしむれば直列共振に移行する前に噛り振動を發生する。(第12圖 IA'/J の部分)。但し此の振動は比較的微弱であつて、其の一例を第10圖(d)に示すが如く振幅變調の程度が浅い。

第2表 オシログラム(第10圖、第13圖及び第15圖)に對する回路要素の値及び電圧、電流實効値

オシログラム	容量 C (μF)	抵抗 R_1 (Ω)	抵抗 R_2 (Ω)	抵抗 R_3 (Ω)	インダクタンス L	交流電源電圧 V_{ac} (V)	直流電源電圧 V_{dc} (V)	三次巻線誘起電圧 V_3 (V)	交流回路電流 I_{ac} (A)	直流回路電流 I_{dc} (A)
第10圖(a)	48	0.84	26.9	∞	無	38.0	27.2	70.0	2.60	1.02
(b)	48	0.84	26.9	1.52	無	38.0	27.2	3.00	1.02
(c)	48	0.84	26.9	0.87	無	38.0	27.2	3.20	1.02
(d)	50	0.84	135	0.87	有	80.0	86.4	70.5	1.61	0.64
第13圖(a)	48	0.84	86.0	1.51	有	37.0	86.0	3.15	1.00
(b)	70	0.84	1.46	∞	無	18.1	2.00	45.0	3.40	1.37
第15圖(a)	44	1.37	92.5	4.70	有	35.0	92.5	71.0	2.70	1.00
(b)	46	1.37	92.5	17.9	有	67.8	92.5	2.95	1.00

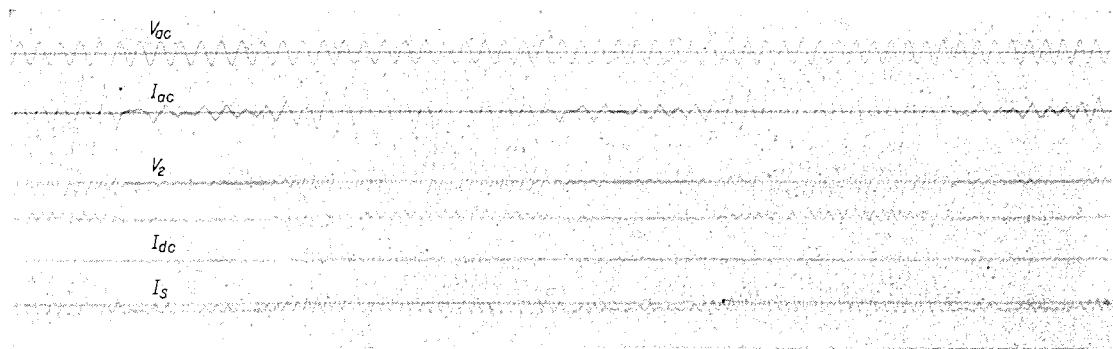


AA'IGD : 電源電圧 V_{ac} を上昇せる時 共振状態の發生する境界
 CJHBKF : 電源電圧 V_{ac} を降下せる時 共振状態の停止する境界
 A'JE'HG : 電源電圧 V_{ac} を上昇せる時 噛り振動の發生する境界
 A'IGB : 電源電圧 V_{ac} を上昇せる時 噛り振動の停止する境界
 JHB : 電源電圧 V_{ac} を降下せる時 噛り振動の發生する境界
 A'JE'LMB : 電源電圧 V_{ac} を降下せる時 噛り振動の停止する境界
 EL : 電源電圧 V_{ac} を降下せる時準共振状態より非共振状態に移行する境界

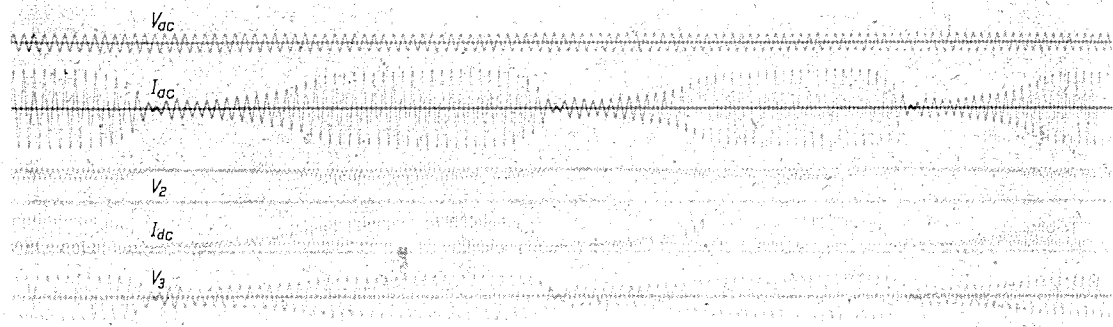
第12圖 種々の共振状態及び噛り振動の發生領域

本節の初めに述べた様に斯る噛り振動は短絡三次回路を設けた場合にも、或は又直流回路のインピーダンスが低ければ三次回路の無い場合にも同様に發生する。第13圖に示すオシログラムは其の一例である。(a)は直流回路に大なる抵抗及びインダクタンスを挿入し、直流電流 I_{dc} を略一定に保つた場合であつて、三次回路に噛り周波數に相當する低周波の動揺電流 I_s を發生し、これ等の兩磁化作用が相加はれば交流側は共振状態となり、相減すれば非共振状態となる。(b)は直流回路のインピーダンスを出來得る限り小さくし、直流線輪に加はる電圧 V_2 を略一定にした場合であつて、三次回路は無い。此の場合の直流電流 I_{dc} は(a)の場合の直流電流 I_{dc} と三次回路短絡電流 I_s を加へたるが如き波形となる。尚これ等のオシログラムに對する回路要素の値及び電圧、電流實効値を第2表に示した。

此の噛り振動の周期は直流回路或は三次回路のインピー



(a) 直流回路のインピーダンスを高くし、短絡三次回路を設けた場合



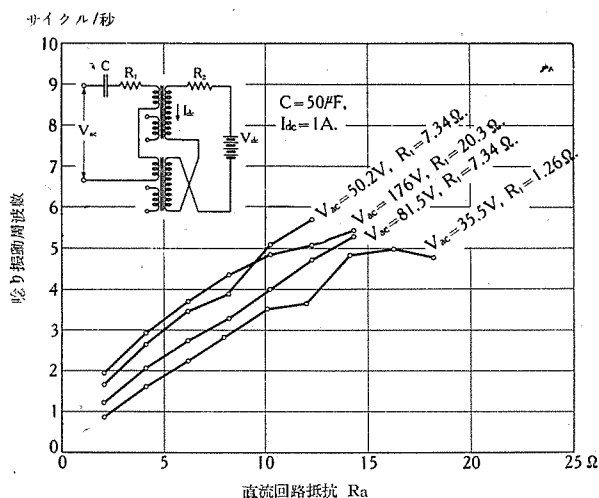
(b) 直流回路のインピーダンスを低くし、短絡三次回路のない場合

V_{ac} : 交流電源電圧, V_2 : 直流回路に誘起する電圧, V_3 : 三次捲線に誘起する電圧, I_{ac} : 交流回路電流,
 I_{dc} : 直流回路電流, I_s : 三次回路短絡電流 (第9圖参照)

第 13 圖 唸り振動電圧、電流波形 (其の二)

ダンスが低い程長くなり、第 14 圖に示すが如く直流電流 I_{dc} 換言すれば V_{dc}/R_2 の値を一定に保つても V_{dc} 及び R_2 を同時に増加すれば、唸り振動周波数は次第に高くなる。圖は一次交流回路の電圧 V_{ac} 及び抵抗 R_1 をパラメータとし、直流電流 I_{dc} を一定 (1 Amp.) に保ちたる場合の直流回路抵抗 R_2 と唸り振動周波数の関係を示すものである。抵抗 R_2 が増加した場合には唸り振動の周期は稍不規則に變化しつつ短くなり、遂には唸り振動が消失する。

次に唸り振動を生ずる場合の交流側振動電流或は鐵心



第 14 圖 直流回路抵抗 R_2 と唸り振動周波数の関係

中に生ずる磁束は交流電源電圧に對し、其の振幅及び位相が絶えず變化する事になる。第 15 圖 オシログラム (a) は電源電圧 V_{ac} と鐵心中の磁束により三次捲線に誘起せる電圧 V_3 (第9圖参照) との關係を示すものであつて、これより V_{ac} に對する V_3 のベクトルの先端の軌跡を求めれば第16圖に示すが如き閉曲線を得る。但しこれ等のベクトルの大きさはその振幅を表はすものとする。

一般に印加電圧 V_{ac} に對して、これと共振をなす唸り振動電圧 V_3 を V_{ac} と同位相の V_{3s} 及びこれと 90° の位相差を有する V_{3c} に分解して考ふるに、定常状態に於いては*

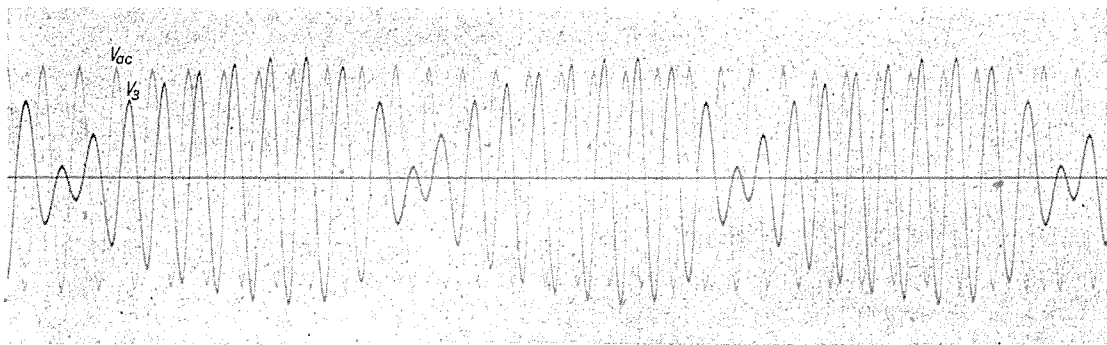
$$\frac{dV_{3s}}{dt} = f(V_{3s}, V_{3c}), \dots (2)$$

$$\frac{dV_{3c}}{dt} = g(V_{3s}, V_{3c}) \dots (3)$$

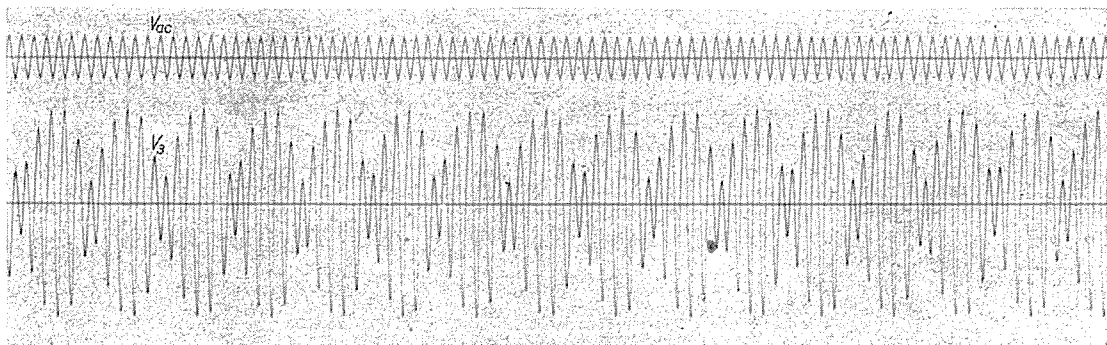
と置く事が出来る。何となれば上記の閉曲線上の任意の一點に於けるベクトル V_3 の先端の速度は、其の點の位置によつて確定するからであつて、換言すれば該速度は V_{3s} , V_{3c} の函数にて與へられるからである。尙これらの函数 $f(V_{3s}, V_{3c})$, $g(V_{3s}, V_{3c})$ は回路の状態、鐵心の磁化特性により定まるものである。

上式 (2), (3) より時間 t を消去すれば

* 式 (2), (3) は定常状態のみならず、これに近接せる過渡状態に對しても適用される。この事は定常状態の安定度を判定する場合に必要となる。



(a) 唸り振動周波数 6.0 サイクル/秒



(b) 唸り振動周波数 10.59 サイクル/秒

V_{ac}: 交流電源電圧, V_g: 三次捲線に誘起する電圧 (第 9 圖参照)

第 15 圖 唸り振動電圧波形

$$\frac{dV_{gs}}{dV_{gc}} = \frac{f(V_{gs}, V_{gc})}{g(V_{gs}, V_{gc})} \quad (4)$$

となる。これより V_{gs} , V_{gc} を直角座標とする平面 (即ち第 16 圖の平面) にて式 (4) の満足する積分曲線を決定する事が出来る。定常状態にて唸り振動を発生しない場合には、此の積分曲線は不動特異點に収斂し、

$$f(V_{gs}, V_{gc}) = g(V_{gs}, V_{gc}) = 0$$

となり、ベクトル V_g の大きさ及びその位相は確定する。⁽³⁾これに對し唸り振動を生ずる場合には第 16 圖の如く閉曲線に収斂し、ベクトル V_g の先端は該曲線上を進行する事になり、その振幅及び位相が永久に周期的變化をする。従つて唸り振動の周期 T は

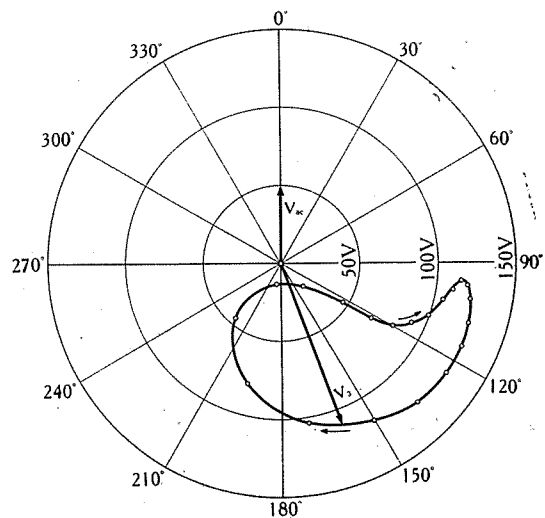
$$T = \oint \frac{ds}{\sqrt{f^2(V_{gs}, V_{gc}) + g^2(V_{gs}, V_{gc})}},$$

但し

$$ds = \sqrt{(dV_{gs})^2 + (dV_{gc})^2}$$

にて與へられる。此處に線積分は上記の閉曲線に沿つて行ふものとする。^{(4), (5)}

第 16 圖にてベクトル V_g の振幅は約 13 乃至 127 V に變化し、その位相も 95° 乃至 223° に變化する。又唸り振動の周期は交流電源周波の 10 サイクルとなつてゐる。一般に唸り振動の周期と電源電圧の周期との間には何等の吸引現象も認められない。第 15 圖 オシログラム (b) に於いては唸り振動の周期は電源電圧の周期の約 5.67……倍と

V_{ac}: 交流電源電圧, V_g: 三次捲線に誘起する電圧

第 16 圖 唸り振動電圧ベクトルの軌跡

なり、唸り振動の振幅の減少した場合の波形は時々刻々變化してゐる。これ等のオシログラムに對する回路要素の値及び電壓、電流實効値をも第 2 表に示した。

尙第 16 圖にてベクトル V_g の原點は閉曲線の外側にある。この事は一回の唸り振動中に V_g の位相は或は進み或は遅れても、結局の進み角と遅れ角は相等しく、交流側振動電流は電源電圧と完全に共振状態にある事を意味する⁺。

結 論

以上の考究の結果を要約すれば次の如くである。

(1) 可飽和鐵心を有する インダクタンス に直流を重疊せる場合に發生する直列容量との鐵共振現象に於いては共振状態と非共振状態との中間に準共振状態を發生する場合がある。

(2) これ等の振動状態の電壓、電流波形をオシログラムにて觀察し、又共振電流特性及び各種の振動状態の發生領域を實驗的に明らかにした。

(3) 以上の諸特性は直流を重疊しない場合の直列共振現象に對する圖式解法と同様の手段により完全に説明し得る事を示した。

(4) 直流回路の インピーダンス が低い場合、或は別に三次回路を設け、該回路の インピーダンス が低い場合には、唸り振動を發生する。

(5) この唸り振動の姿態及び發生領域を實驗的に求め、その周期は主として上記の インピーダンス により支配

† 一般に唸り振動の或る種の姿態に於いては該閉曲線が原點を圍繞する場合がある。此の時には閉曲線が原點を一回包圍する毎に振動電流は電源電壓に對し 360° 宛の位相差を生じ、完全には共振しない。

される事を示した。

(6) この場合の振動電壓、電流は電源電壓と完全に共振状態にあるが、その振幅及び位相は周期的に變化する。従つて電源電壓を基準ベクトルにした場合に、定常状態に於ける唸り振動のベクトルの先端は或る定まつた閉曲線上を進行する事になり、該閉曲線を一回運行するに要する時間が唸り振動の周期となる。但し分數調波振動の場合と異り、その周期と電源電壓との間に吸引現象を伴はない。

以上は可飽和鐵心を有する非線型振動回路に關する研究の一部であつて、御懇篤なる御指導を戴いた京都帝大鳥養利三郎教授、並びに發表の機會を與へられた當社研究部長堀元夫氏に厚く御禮申上げる次第である。

参 考 文 献

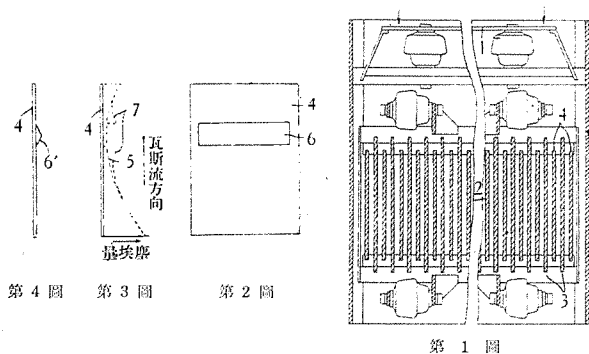
- (1) 林：電評 29 (昭 16) 599 頁。
- (2) 林：三菱電機 18 (昭 17) 128 頁。
- (3) 林：第 21 回聯合大會豫稿 31 (昭 17)。
- (4) Andronow, M.A.: Comptes Rendus 189 (1929) p. 559.
- (5) Andronow, A. u. A. Witt: Arch. f. Elek. 24 (1930) S. 99.

電 氣 收 塵 装 置

(三菱特許 第 151183 號)

本發明は、第 1 圖に示す如き多段型の電気收塵装置に關するものである。

即ち、收塵すべき塵埃を含む瓦斯流の流通方向に、順次『イオン』化装置(1)と、塵埃集結装置(2)とを備ふる電気收塵装置に於て、瓦斯中の塵埃は、初め『イオン』化装置(1)に流入して通過する際、『イオン』化せられ、次に瓦斯流方向に配設せらるゝ複数の間隔せらるゝ平板(3)及(4)より成り、平板の相隣れるものは互に絶縁せられ異なる電位に在りて兩板間に均一電界を形成する塵埃集結装置内に流入し、其の電界に依り『イオン』化せられたる塵埃は、瓦斯流と直角をなす方向に移動せしめられ、一方の平板上に集結せしめらる。



第 1 圖

従来斯種電気收塵装置は『イオン』化装置 1 は塵埃に負電荷を與へ、塵埃集結装置(2)の平板(3)(4)は交互に正電位と負電位に在り、正電位の板は接地せられ集塵板とせらる。

而して集塵板(4)として、單なる平板を用ひたる場合、集塵板上に集結する塵埃量は第 3 圖の點線(5)にて示す如く、瓦斯の流入端部に於て最も著しく、瓦斯流方向に進むに従ひ漸減し、中央部附近に於て最小となり、更に他端部に進むに従ひ漸増する事を實例し得たり。

本發明は以上の實測より、集塵板の端部に於ては電位傾度の變化に基く端縁効果により顯著なる塵埃集結量を見る故、集塵板の塵埃集結量の最も少き部分の電位傾度を變化せしめて收塵能率を向上せしむるものである。

即ち、第 2 圖に示す如く集塵板(4)に窓(6)を集塵量最も少き部分に設けて該部分の電位傾度を變化せしめたる場合である。

集塵板二窓(6)を設くことに依り塵埃集結面積は減少するも之を設くる事に依り塵埃集結量は第 3 圖(7)の點線にて示す如く成り、全体としての收塵能率は向上するものである。

第 4 圖は集塵板(4)上に前者と同様の目的を以て、三角柱狀の突起(6')を設けたる場合であるが、窓 6 及突起(6')を集塵板(4)の對向板(3)に設くる場合は集塵板の掃除に便である。(菅野)

双 金 屬 体

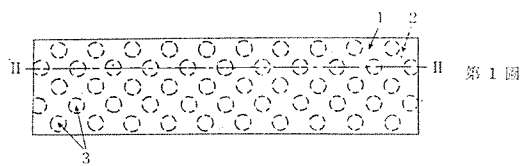
(三菱登録實用新案 第 318488 號)

双金屬体(バイメタル)は從來膨脹係数の異なる二枚の金屬板を加熱し、兩者間に酸化被膜を存在せしめざる状態にて壓接固着せしめたものである故、その製造工程中に非常なる熟練を要し、又往々固着後其の形狀を歪曲せるものを生ずる欠點がある。

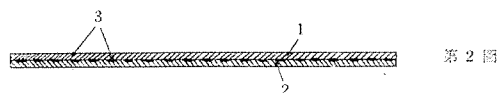
本案は圖面に示す如く、膨脹係数の異なる二枚の金屬板(1)(2)を相重ね、兩側より強壓したる状態に於て其の接觸面の複數箇所に於て(3)に示す如く電気抵抗溶接するものである。

第 1 及 2 圖は點溶接、第 3 及 4 圖は縫合溶接をせる場合を示す。

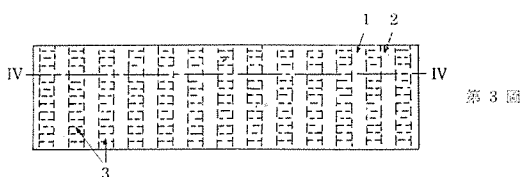
本案は上記の如く二枚の膨脹係数の異なる金屬板を重ね壓接したる状態に於て、其の接觸面の複數箇所に於て電気抵抗溶接したる構造より成るを以て前記せる如き欠點を除去し得ると共に、任意の形狀の双金屬体を容易に製作し得るのみならず、兩金屬板の結合も強固である。(菅野)



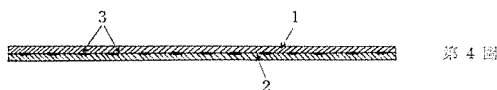
第 1 圖



第 2 圖



第 3 圖



第 4 圖

Heaviside 演算子法に對する新しい考察と その電氣回路解析に於ける應用 (VI)

研 究 部 菅 野 正 雄

第 II 篇

集中定數回路解析への應用

内 容 梗 概

電氣回路解析は、初期値問題解法の一應用であることは周知の如くであるが、此の初期値問題には、第一種と第二種との二種類の解法が考へ得らるること、通常の初期値問題解法はすべて第二種のものであるが、演算子解法の眞髓は、或る範圍内に於て、第一種解法の可能なること、及び大部分の電氣回路解析の問題は、第一種の問題として取扱へること、従つて、電氣回路解析に於ける演算子解法の役割の重要なべきことを強調した。

第 I 章

初期値問題と電氣回路解析

§ I. 1. 緒 言

周知の如く、電氣回路解析は、應用數學上より見れば、初期値問題解法の一應用問題である。茲に初期値問題とは、豫め ($t < 0$) その状況の知られてゐる或る現象に、或る定まつた瞬間 ($t = 0$)、一定の約束に従つた變革を與へたとする時、その變革後 ($t > 0$) の現象を時間の函數として求むる問題であつて、たとへば此の現象が既知の回路網中の電壓、電流又は電荷等の分布を表はす場合が、即ち回路解析に他ならないのである。従つて演算子法の電氣回路解析への應用は、單に同法の初期値問題解法への應用に過ぎざる如くに考へられるが、實は然らずして、更に重要な意義を藏してゐるのである。而して、此の意義を明かにする爲には、所謂初期値問題なるものを少しく仔細に検討しておく必要があるのである。* (脚註)

§ I. 2. 初期値問題の數學的表現

緒言に於て述べたる如き、 $t > 0$ に於ける所要の現象は、一般には、時間及び空間座標を獨立變數とする微分方程式にて表はされる。而して此の微分方程式を、豫め與へられた空間的諸條件 (即ち境界條件) 並に $t = 0$ の瞬間、一定の約束によつて與へられた變革に適合する如くに解けば、所要の現象を、時間並に空間座標の函數として完全に記述し得ることとなるのである。

さて、議論を簡單にする爲に、境界條件を含まぬ初期値問題を考へる。かかる問題は、數學的には通常、たとへば、

$$f\left(\frac{d^n y}{dt^n}, \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}, \dots, \frac{dy}{dt}, y, t\right) = 0,$$

* 脚註 以下の説明に於て引用する第 I 篇の各節及び各關係式等は、たとへば、I. § I.5 及び I. (I.8) 式等の如く書くこととする。

$$(t > 0) \dots \dots \dots (I. 1)$$

を

$$\lim_{t \rightarrow +0} \frac{d^k y}{dt^k} = y^{(k)}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-1) \dots (I. 2)$$

なる條件の下に解けと言ふ如き表現法にて表はされる。尤も問題によつては、微分方程式が數個聯立して與へられる場合もある。而して更に簡單の爲、(I. 1) 式の微分方程式が線型なる場合を考察するに、(I. 1) 式の一般解は n 個の積分常數を含むこととなるが、(I. 2) 式によつて與へられた n 個の關係により、是等の積分常數が決定され、問題が解けたことになるのである。併しこれはあく迄所要の現象に關して (I. 1) 式及び (I. 2) 式の關係が確立された上でのことであつて、實際問題に當つては、先づ是等の關係式を定めることが先決問題なのである。

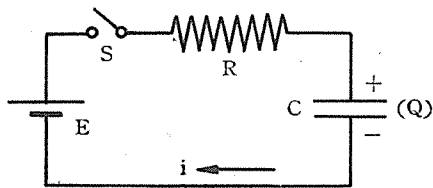
§ I. 3. 所謂初期値の決定に就て

(I. 2) 式に於ける

$$\lim_{t \rightarrow +0} \frac{d^k y}{dt^k}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

は、吾々の所要の解 y 及びその逐次微分係數の $t = +0$ に於ける値、即ち、 $t > 0$ に於ける現象の、最初の状況を示すものであるから、通常初期値と呼ばれる。而して (I. 2) 式は、此の初期値が豫め與へられた値 $y^{(k)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n-1$) に等しかるべきことを示す關係式であつて、所謂初期條件と呼ばれるものである。従つて、初期値問題解法とは、所要の現象を表現すべき微分方程式を豫め規定された初期條件を満足する如く解くことであると言ひ得るわけである。然るに、實際問題に當面したる時、微分方程式は適宜作成されたとしても、果してかかる意味の初期條件なるものが豫め簡単に規定され得るかと云ふに、極めて簡單なる問題にあつては兎も角として一般には然りと答へることは出來ないのである。

たとへば、第 1 圖の如き R, C 直列回路に於て、豫め

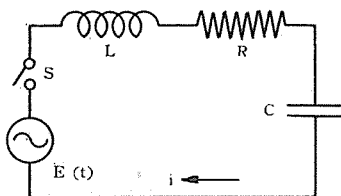


第 1 圖

C に電荷 Q を與へておいて S を閉づる場合、その直後 ($t=+0$) の回路電流 $i(+0)$ は、

$$i(+0) = \frac{E - Q/C}{R}$$

であり、



第 2 圖

又第 2 圖の如き回路に於ては、

$$i(+0) = 0$$

なることは、問題が簡單なる爲、殆んど自明の如くに看做されてゐるのであるが、少しく回路が複雑となり、たとへば、第 I 篇の冒頭に於ても例示したる、第 3 圖の如き結合回路となると、

$$L_1 L_2 - M^2 \neq 0 \text{ なる時は}$$

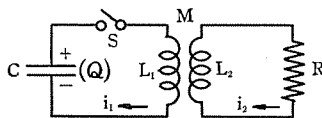
$$i_1(+0) = i_2(+0) = 0;$$

$$L_1 L_2 - M^2 = 0 \text{ なる時は}$$

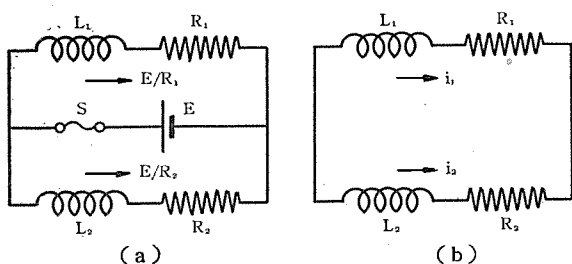
$$i_1(+0) = \frac{Q}{CR} \frac{L_2}{L_1}, \quad i_2(+0) = \frac{Q}{CR} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

である如き、又第 4 圖に (a) 示す如く、定常電流 E/R_1 及び E/R_2 の存在してゐる並列回路を S に於て遮斷して同圖 (b) の如き回路に變じたる時、その直後 L_1 , R_1 及び L_2 , R_2 を流るる電流 $i_1(+0)$ 及び $i_2(+0)$ が、

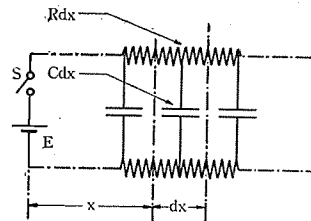
$$i_1(+0) = -i_2(+0) = \frac{L_1 R_2 - L_2 R_1}{R_1 R_2 (L_1 + L_2)} E \quad \cdots (I.3)$$



第 3 圖



第 4 圖



第 5 圖

の如くであり、或は又、第 5 圖に示す、 R, C 半無限長線路に於て、 S を閉じた直後の電流が

$$i(+0) = \lim_{t \rightarrow +0} E \sqrt{\frac{C}{\pi R t}} e^{-\frac{CR}{4t} x^2}$$

となる如きは、自明のこととは言ひ得ないのである。ましてや、更に複雑なる回路にあつては、かかる初期値を見出すことの困難は一層増大するのみであらう。

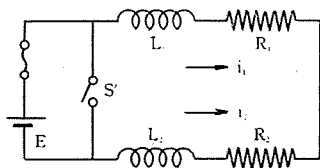
而して、かくの如き議論は、獨り電氣回路解析に限らるるものではなく、物理學上又は工學上の諸問題に於て屢々遭遇するものである。たとへば力學上の一例として火炮によつて砲彈を發射する問題を考察して見るに、砲彈が砲口を離れんとする時の速度（砲外彈道學に於ける初速度）は、砲及び砲彈の種々の性質が一定しておつて單に砲内の發射藥の炸力のみにより決定さるる如き事情にあつたとすれば、所謂砲内彈道學によつて、炸力と速度との關係を検討しておかざる限り、簡單には是を知ることの出来ないことは言を俟たない所である。

以上の説明によつて明かなる如く、所謂初期値なるものは、一般に簡単に定め得らるるものではないのである。

§ I. 4. 初期値問題の通常解法

すでに前節に於て説明せる所より明かなる如く、與へられたる問題を、初期値問題として從來の方法にて解かんとするには、必ずその初期値を決定せねばならないのであるが、此の初期値は、若し、 $t < 0$ に於ける現象の状態及び $t = 0$ に於て與へらるべき變革が規定されさへすれば、必然的に定まるべき筈のものであらう。たとへば前述の砲彈の例に就て言へば、砲、砲彈及び砲内の發射藥の性質が規定されれば、砲彈の砲口を離脱せんとする時の速度は必然的に定まる筈である。故に、砲口を離れんとする時の速度を初速度として持つ如き砲彈の運動を、特別に砲外彈道學として論じなくとも、砲の引金を引いた瞬間 ($t = 0$) からの運動を記述しておけばよく、若し、砲口離脱後の運動を求めたければ、 $t > 0$ の運動中、 $t > t_1$ (t_1 は砲口を離れんとする時の時刻) のみに着目すればよいことになるわけである。併し實際にはさうはしない。砲外の運動は砲外彈道學、砲内の運動は砲内彈道學に於て夫々別個に検討し、然る後、兩者を綜合して、引金を引いた瞬間以後の砲彈の運動狀態を決定してゐるのである。

翻つて然らば、前節に於て例示したる如き電氣回路解析に於ては如何であらうか、たとへば、第 4 圖 (b) の回



第 6 圖

路に就て考察するに、先づ、 $t > 0$ の状態は

$$i_1 = -i_2 = i_1(+0) e^{-\frac{R_1+R_2}{L_1+L_2}t}, \quad (t > 0) \dots\dots (I.4)$$

としておき、然る後、この回路が、 $t < 0$ に於て、同圖 (a) の如き状態の回路より得られたるものとするならば $i_1(+0)$ は (I.3) 式にて、又この回路が、第 6 圖に示す如く、 $t < 0$ に於て定常電流 $E/(R_1+R_2)$ の存在する回路より、 S' を閉ち、その直後 S を開いたとして得られたるものとすれば、

$$i_1(+0) = \frac{E}{R_1+R_2}$$

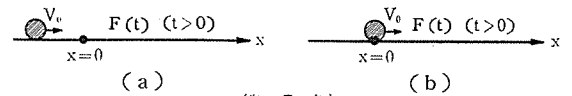
等にて與へられるものとして、豫め $t \leq 0$ の種々の状態より、 $t = +0$ の値を算出しておいて、これを (I.4) 式と結合して、所要の解を得るといふよりはむしろ、個々の問題に就てその都度、 $t \leq 0$ の状態を考慮しつつ初期値を算出して解く場合が普通なのである。これは全く、 $t \leq 0$ の状態を考慮しつつ解いたとしても、その數學的取扱ひは別に著しく煩雜となる如きことのない爲に他ならない。前述の砲彈の例にすれば、砲外の運動の状態を定めるものは、すでに砲内の状態にあるからと言つて、一々これを考慮しつつ議論を進めることは、砲内の現象の數學的取扱ひの困難の故に、却て考察を煩雜にする爲に砲内及び砲外の二つの彈道學の區別を生じたものであらう。尤も電氣回路解析に於ても、この砲彈の例の如き取扱ひをなすが都合のよい場合もあるのである。たとへば誘導雷による送電線上の進行波等の問題を取扱ふ際は、適宜の初期値が先づ與へられたるものとして解法を進め又一方、かかる初期値を生ぜしむる如き、 $t \leq 0$ に於ける雷雲の種々の状態を検討し、然る後兩者を結合して完全なる解を得る如きである。要するに、何れの解法を採用するかは、全く問題の性質によるものと見て差支へないであらう。

或は又、問題によつては、本來は、 $t \leq 0$ の状態から完全に初期値が決定され得る筈なるにも拘はらず、前節に於て述べたる如く、簡單なる考察によつてはこれを見出すことの困難の故に、 $t = +\infty$ の状態を物理的考察によつて推定し、一部の未決定の初期値を、この $t = +\infty$ に於ける條件によつて置き換へて解を得る場合もある。かかる場合は、境界条件をも含む問題を解く際に屢々遭遇する。たとへば黒川兼三郎氏著「過渡現象論 (昭 9)」中の第 8 章以下の分布定數回路解析の問題を参照すれば上述の事情が充分了解せらるるであらう。又集中定數回路解析の場合に於ても、 $t = +\infty$ に於ける條件を考慮したる方が簡單で解り易い例も考へられるのである。たと

へば前記の黒川氏の著書中、20 頁の問題 114 及び 24 頁の問題 117 の如きである。併し、これも、 $t = +\infty$ に於ける現象の状態が、簡單に判明する場合に限られることであつて、然らざる場合には、必ずしも有效なりと斷言することは出来ないのである。

§ 1.5. 初期値問題の第一種解法と第二種解法

第 7 圖 (a) に示す如く、質量 1 なる質點が、 x の正の向きに、速度 v_0 を以て等速度運動をなしてゐるものと



第 7 圖

する。今、此の質點が、 $x=0$ に到達せる瞬間 (この時刻を $t=0$ とする) 以後、これに $F(t) (t > 0)$ によつて表はさる有限なる力が作用するものとする時、 $t > 0$ に於て此の質點は如何なる運動をなすかといふに、通常の解法に従へば、運動方程式

$$\frac{dv}{dt} = F(t), \quad (t \geq +0) \quad \text{脚註} \dots\dots (I.5)$$

(v は質點の速度)

を初期條件

$$\lim_{t \rightarrow +0} v = v_0 \dots\dots (I.6)$$

の下に解けばよいから、

$$v = \int_{+0}^t F(t) dt + v_0, \quad (t \geq +0) \dots\dots (I.7)$$

となる。

然るに又、 $x=0$ なる點に初め静止してゐる質量 1 なる質點をして (第 7 圖 (b) を参照のこと)、 $t \geq +0$ に於て、同圖 (a) の場合と等しい運動をなさしめんとすれば、 $t = +0$ の瞬間、此の質點に衝撃 P を加へて、その速度を 0 より v_0 迄急激に變化せしめねばならぬ。而してかかる場合の運動を論ずる際は、通常は、此の衝撃 P を微分方程式中に導入することはせず、單に初速度 v_0 を與へる所の初期條件として考慮に入れ、

$$\text{運動方程式: } \frac{dv}{dt} = F(t), \quad (t \geq +0) \dots\dots (I.8)$$

$$\text{初期條件: } \lim_{t \rightarrow +0} v = v_0 \dots\dots (I.9)$$

の如く、(a) の場合と全く同一の形式によつてその運動を表示する。これは、吾々の要求してゐる解は、 $t \geq +0$ に於けるもののみであつて、 $t \leq -0$ の所は一切問題としなくとも差支へない爲と考へられるが、併し、それは微分方程式及び初期條件が確立された上でのことであつて、それらを確立する以前には、實は、 $t \leq -0$ に於て、(a) の場合には v_0 にて、等速度運動をなしてゐたる事、又 (b) の場合には、初め静止してゐて、 $t=0$ の瞬間、初速度 v_0 が與へられる様な衝撃 P が加へられたる事を考慮しないわけにはゆかないのである。かくの如く、

・脚註 通常は $t > 0$ と書くのであるが、後に $t \leq -0$ なる書き方を用ふる故、區別を要する時は $t \geq +0$ なる書き方をする。

豫め、 $t \leq -0$ に於ける状況より、 $t = +0$ の状態を求めておいて、これを初期値として解を得る方法を、初期値問題の第二種解法と稱し、 $\lim_{t \rightarrow +0} v$ の如き、 $t = +0$ の値を、第二種初期値、又 (I. 6) 式又は (I. 9) 式の如き初期条件を第二種初期条件と呼ぶこととしよう。

然るに又、是等の問題は、次の如き考察によつても解き得るのである。先づ (a) の場合は、

$$\frac{dv}{dt} = [F(t)], \quad (t \geq -0) \quad \text{.....(I. 10),}$$

$$\lim_{t \rightarrow -0} v = v_0. \quad \text{.....(I. 11)}$$

の如く書ける。茲に $[F(t)]$ は

$$[F(t)] = \begin{cases} F(t), & (t \geq +0), \\ F_1(t), & (-0 \leq t < +0) \end{cases}$$

であつて、 $F_1(t)$ は問題の物理的性質から考慮される任意の有限なる力を表示する函数であつて、勿論、最後の所要の解の中には入つて来ないのである。さて、(I. 10) 式を、(I. 11) 式を参照して、 $t = -0$ より $t = t (\geq -0)$ 迄積分すれば、

$$v = \int_{-0}^t [F(t)] dt + v_0, \quad (t \geq -0)$$

となるが、

$$\begin{aligned} \int_{-0}^t [F(t)] dt &= \int_{-0}^{+0} F_1(t) dt + \int_{+0}^t F(t) dt \\ &= \int_{+0}^t F(t) dt, \quad (t \geq +0) \end{aligned}$$

であるから、結局所要の解として、

$$v = \int_{+0}^t F(t) dt + v_0, \quad (t \geq +0)$$

が得られ、さきに述べた第二種解法による結果と一致する。

次に (b) の場合は、

$$\frac{dv}{dt} = [F(t)] + P, \quad (t \geq -0) \quad \text{.....(I. 12),}$$

$$\lim_{t \rightarrow -0} v = 0 \quad \text{.....(I. 13)}$$

と書けるが、(I. 12) 式を $t = -0$ より $t = t (\geq -0)$ 迄積分して、(I. 13) 式を考慮すれば、

$$v = \int_{-0}^t [F(t)] dt + \int_{-0}^t P dt, \quad (t \geq -0)$$

となるが、前述の如く、

$$\int_{-0}^t [F(t)] dt = \int_{+0}^t F(t) dt, \quad (t \geq +0)$$

であり、又 P は

$$\int_{-0}^t P dt = v_0, \quad (t \geq +0)$$

の如く指定されてあるわけであるから、結局所要の解は

$$v = \int_{+0}^t F(t) dt + v_0, \quad (t \geq +0)$$

となり、さきに述べた第二種解法による結果と一致し、又、 $t \geq +0$ に於ては (a) の場合と全く同様の現象を表示してゐることがわかる。かくの如く、 $t \leq -0$ の状況から、 $t = -0$ の状態を求めておき、これを初期値とし

て解く方法を、初期値問題の第一種解法と稱し、 $\lim_{t \rightarrow -0} v$ の如き $t = -0$ に於ける値を第一種初期値、又 (I. 11) 式或は (I. 13) 式の如き初期条件を第一種初期条件と呼ぶこととする。而して前述の (a) の場合は、第一種初期値と第二種初期値とが連続なる例であるが、(b) の場合は、是等が不連続なる例を示してゐる。かかる第一種及び第二種初期値を明確に區別して論じたる點に於て一應注目さるべきものは林氏の所論であらう。(1)

§ I. 6. 第一種解法と第二種解法との比較

前節に於て述べたる如く、初期値問題解法には、第一種と第二種との二種類を考へ得るが、その何れが便利なるやは、問題の種類によつて自づから定まるものである。抑々、如何なる問題にせよ、それが初期問題である限り、本來は、第一種解法によつて解かれるのが當然であらうが、實際には、その數學的取扱ひの困難なるにより、従來は、初期値問題と云へば、殆んど第二種解法に限られてゐたのである。たとへば、さきに述べた砲内の現象が、假に少くとも砲外の現象程度、若しくは、より簡単に數學的に取扱へるものならば、吾々は、砲彈の運動を、引金を引く前の静止の状態から論じたとしても、著しい手数を増すこととはならないであらう。或は又、雷雲の接近したる時の送電線上の誘導電荷の分布並に雷雲自体の電氣的性質が悉く明かにされて、且、その數學的取扱ひも左程困難でないとするならば、雷放電後の送電線路上の現象を、放電前の状況を考慮しつつ、比較的簡単に取扱へる筈である。併し、事實はさうではないのである。その故に、既述の如く、前者に於ては、砲外の運動を論ずる際には、砲内の事は姑く措いて、單に砲口に於ける初速度が兎も角與へられたとして、又後者に於ては、送電線上の電荷分布、若しくは雷放電直後の線路上の電壓變化等が先づ與へられたるものとして、爾後の状況を論ずるのが常套なのである。實際に、物理學上又は工學上に於て當面する所の問題には、一面かくの如き種類の問題が數多あることと、他方、たとへば、微分方程式 (I. 1) の一般解中に含まれる積分常數の決定には、問題が初期値問題ならば、必ず (I. 2) 式の条件を必要とするのであるから、($t = +0$ に於ける値は、 $t \geq +0$ に於ける解の一部を構成してゐるわけであるが、 $t = -0$ に於ける値は、 $t \geq +0$ に於ける微分方程式の解の一部とはなつてゐないから、積分常數の決定には用ひ得られないことは當然である)、従來は、初期値問題解法には必ず所要の解の一部たる $t = +0$ に於ける値を必要とする如く考へられてゐたわけであるが、必ずしも然らざることとは、前節に於て簡単に例示した如き、第一種解法の考へ得らることから明かである。それ故に、初期値問題解法は、本來は第一種解法であるべきが當然であるが、數學的困難の伴ふ問題に於ては第二種解法によらざるを得ない、と言ひ得るであらう。然らば第一種解法の實現可能な問題は如何なる種類のものであらうか、それは

$t \leq -0$ に於ては、現象が t の函數として既に明かにされてあり、 $t \geq +0$ に於ては、現象を表示する微分方程式が、

- (1) 線型一次常微分方程式、
- (2) 常係數線型常微分方程式、
- (3) 準線型偏微分方程式 (準線型の意味に就ては

I. § I. 3. を参照のこと)

にて表現さるる如き問題に對しては確かに、第一種解法の實現可能なることを言ひ得るのである。而して、かかる問題に對しては、まさにこれより求めんとする解の一部たる $t = +0$ に於ける値を必要とする第二種解法よりは、これを必要としない第一種解法の有利なるべきことは當然であらう。尙、集中定數回路解析は、上述の三種類の問題の中、(2) に屬するものであることは周知の如くである。

§ I. 7. I. § V. 5. に於ける説明に對する補遺

さきに I. § V. 5. に於て、

$$\left. \begin{aligned} (D^2+1)x + (D^2-2D)y &= 0 \\ (D^2+D)x + D^2y &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (t > 0)$$

を、 $t=0$ に於て $x=x_0$, $x'=x'_0$, $y=y_0$ 及び $y'=y'_0$ なる初期條件の下に解けといふ問題が與へられたとする時、此の初期條件は當然、第二種の意味であつて、強いて第一種初期條件と解釋することの妥當ならざることを述べたが、前節の説明により、從來は、初期値問題と云へばその初期條件は必ず第二種たるべきことが要求されてゐたことを思へば、その然るべきことが諒解されよう。

§ I. 8. 電氣回路解析と演算子法

電氣回路解析の内、演算子法の對象となるものは、集中定數回路解析及び分布定數回路解析である。而して前者は、常係數線型常微分方程式の初期値問題の應用であるのに對し、後者は、準線型偏微分方程式の初期値並に境界値問題の應用である。故に、§ I. 6. に於て述べたる所により、是等二種類の問題に對しては、第一種解法が可能である。受動回路解析に對する從來の Heaviside 法は、實に此の第一種解法に他ならないのであるが、I. § I. 5. に於ても述べたる如く、その正當なることを裏書するものは僅かに、第二種解法によつて普通に解かれた結果と一致すること以外には考へられてゐなかつたのである。その爲、多くの不備なる點をその内部に藏してゐたのであつた。併し、それにも拘はらず、演算子法が回路解析に於て盛に利用されて來た所以のものは、既述の如く、それが第一種解法であつた爲であると考えられるのであるが、此の事は從來餘り強調されてゐなかつたのである。併し、最近林氏は、Laplace 變換を利用する立場の上からではあるが、此の點を特に力説されてゐるのであつて⁽¹⁾、少くも此の點に關しては筆者も全く同感の意を表するものである。たゞ、氏は、その然るべきことを證明する上に於て、

- (1) 微分方程式を作成するに當り、これをすべて一

次形式にて記述せねばならないこと、

- (2) 回路の $t=0$ に於ける變革前後の全電磁束及び全電荷の連續性を前提とすること

の二者を採上げておられるが、實際は、(1) に就ては、勿論問題により微分方程式の作成上に、或る種の注意を拂ふことは必要であらうが、必ず一次形式に書き纏めねばならぬ程の制約は必要なく、又 (2) の前提は、第一種解法より必然的に誘導され得べき一屬性であつて、問題解法に當つて特に前提として採上ぐる必要はないのである。

§ I. 9. 第二種解法と演算子法

既に § I. 6. に於て述べたる所であり、又後に詳論する如く、第一種解法の可能なる問題に對しては、演算子法は重要な役割を演ずるものであるが、第二種解法に對しては、同法は、普通の解法によるならば必ず避け得られない積分常數決定の手數を省く點に於て、やはり應用の道を有するものである。その實際の模様は既に、第 I 篇の第 V 章に於て説明したる微分方程式の解法によつて窺ふことが出來よう。即ちその説明中に於ける a を $a = +0$ と採れば直ちに、その解法が、初期値問題の第二種解法に演算子法を應用したることとなり、明かに積分常數決定の手數を全く省略し得ることとなつてゐるのである。

第 II 章

第一種初期値問題解法の基礎

第一種解法の數學的取扱ひを論ずる前に、先づ、かかる解法の可能性を物理的に考察して見よう。

今、吾々が當面してゐる初期値問題に關聯し、 $-\infty < t < \infty$ に於て、連續的に滑かに變化する或る一つの現象を考へ、それが、次の如き線型常微分方程式によつて表現され得るものとする。

$$g(D)z(t) = \sum_{k=0}^n b_k(t, \alpha_k) D^k z(t) = G(t, \beta), \quad (-\infty < t < \infty) \dots \dots \dots (\text{II. 1})$$

茲に、 $G(t, \beta)$ 及び $b_k(t, \alpha_k)$ ($k=0, 1, 2, \dots, n$) は、 t 及び parameters (β 及び α_k を以て夫々いくつかの parameters の代表とする) の連續なる既知函數とする。而して、 $t \geq +0$ の時、是等の parameters をすべて或る定まつた夫々の極限值に近づく時、(II. 1) 式は當面の初期値問題を表現する微分方程式になるものと考へる。さて (II. 1) 式の一般解は、若し、 $g(D)z(t) = 0$ の獨立なる n 個の特解、 z_1, z_2, \dots, z_n が知られたとすれば、

$$z(t) = \sum_{k=1}^n \left\{ B_k + \int \frac{\Delta_k}{\Delta} G(t, \beta) dt \right\} z_k, \quad (-\infty < t < \infty) \dots \dots \dots (\text{II. 2})$$

にて與へられる⁽²⁾。茲に、

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} z_1 & z_1' & z_1'' & \cdots & z_1^{(n-1)} \\ z_2 & z_2' & z_2'' & \cdots & z_2^{(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_n & z_n' & z_n'' & \cdots & z_n^{(n-1)} \end{vmatrix} \quad (\text{Wronski の行列式}),$$

$$\Delta_k \equiv \frac{\partial \Delta}{\partial z_k^{(n-1)}}, \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

である。所で (II. 2) 式中の積分常数 B_k ($k=1, 2, \dots, n$) は、たとへば $t=-0$ に於ける

$$\frac{d^k z}{dt^k} = z^{(k)}, \quad (k=1, 2, \dots, n-1)$$

がすべて與へられてあるとすれば、原則的には決定される筈である。而してそれは、

$$B_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta; z(-0), z'(-0), \dots, z^{(n-1)}(-0))$$

の如く書かれるであらう。

次に、今吾々の當面してゐる第一種初期値問題を表現する微分方程式及び初期値が、

$$f(D)y(t) \equiv \sum_{k=0}^n a_k(t) D^k y(t) = F(t), \quad (t \geq +0) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{及び第一種初期値} \end{array} \right. \quad \text{.....(II. 3)}$$

の如く與へられてあるものとすれば、上に述べた所により、 $F(t)$, $a_k(t)$ 及び第一種初期値は、前述の $G(t, \beta)$, $b_k(t, \alpha_k)$ 及び $z^{(k)}(-0)$ 中に含まれた parameters $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta$ 等がすべて夫々の定まつた極限値に近づく時、

$$G(t, \beta) \rightarrow F(t), \quad (t \geq +0) \quad \text{.....(II. 4),}$$

$$b_k(t, \alpha_k) \rightarrow a_k(t), \quad \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ k=0, 1, 2, \dots, n \end{array} \right) \quad \text{.....(II. 5),}$$

$$z^{(k)}(-0) \rightarrow y^{(k)} \quad \text{の第一種初期値,} \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1) \quad \text{.....(II. 6)}$$

となる如き關係にある譯である。従つて (II. 3) 式の解は、

$$y(t) = \lim z(t) \\ = \lim \sum_{k=1}^n \left\{ B_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta; z(-0), z'(-0), \dots, z^{(n-1)}(-0)) + \int^t \frac{\Delta_k}{\Delta} G(t, \beta) dt \right\} z_k, \\ (t \geq +0) \quad \text{.....(II. 7)}$$

($\lim z(t)$ は $z(t)$ 中に含まれたる parameters $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta$ 等を夫々の極限値に近づくことを意味する)

となり、又第一種初期値を含むこととなるのである。

次に又、(II. 3) 式によつて表示されたる現象の第二種初期値が何等かの方法によつて見出されて、問題が、

$$f(D)y(t) = F(t), \quad (t \geq +0) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{及び第二種初期値} \end{array} \right. \quad \text{.....(II. 8)}$$

の如く表現されるものとする。(II. 3) 式の解を、(II. 2) 式の解の極限として導いたと同様に、(II. 8) 式の解を同じく (II. 2) 式の解の極限として導く爲に、(II. 2) 式中の積分常数 B_k ($k=1, 2, \dots, n$) を決定すべき關係が、 $t=-0$ に於けるものの代りに、 $t=t_1 (>0)$ に於て、(II. 2)

式より計算された $z^{(k)}(k=0, 1, 2, \dots, n-1)$ であるとすれば、明かに此の際は、

$$B_k = B_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta; z(t_1), z'(t_1), \dots, z^{(n-1)}(t_1))$$

となる。従つて

$$z(t) = \sum_{k=1}^n \left\{ B_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta; z(t_1), z'(t_1), \dots, z^{(n-1)}(t_1)) + \int^t \frac{\Delta_k}{\Delta} G(t, \beta) dt \right\} z_k, \\ (-\infty < t < \infty) \quad \text{.....(II. 9)}$$

である。ここに於て、 $t \geq +0$ のみを考へて、parameters $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta$ 等をすべて夫々の定められた極限値に近づけたるものとすれば、(II. 7) 式の $y(t)$ は又

$$y(t) = \lim z(t) \\ = \lim \sum_{k=1}^n \left\{ B_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta; z(t_1), z'(t_1), \dots, z^{(n-1)}(t_1)) + \int^t \frac{\Delta_k}{\Delta} G(t, \beta) dt \right\} z_k, \\ (t \geq +0) \quad \text{.....(II. 10)}$$

となる。ここに於て、 $t_1 \rightarrow +0$ としても解には變化ない故、更に、

$$y(t) = \lim_{t_1 \rightarrow +0} \lim \sum_{k=1}^n \left\{ B_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta; z(t_1), z'(t_1), \dots, z^{(n-1)}(t_1)) + \int^t \frac{\Delta_k}{\Delta} G(t, \beta) dt \right\} z_k, \\ (t \geq +0) \quad \text{.....(II. 11)}$$

$$= \sum_{k=1}^n \left\{ C_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta; z(+0), z'(+0), \dots, z^{(n-1)}(+0)) + \lim_{t_1 \rightarrow +0} \lim \left(\int^t \frac{\Delta_k}{\Delta} G(t, \beta) dt \right) z_k \right\} \\ (t \geq +0) \quad \text{.....(II. 12)}$$

の如く書ける。茲に、

$$\lim_{t_1 \rightarrow +0} \lim B_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta; z(t_1), z'(t_1), \dots, z^{(n-1)}(t_1)) \\ = C_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta; z(+0), z'(+0), \dots, z^{(n-1)}(+0)) \bar{z}_k$$

であるが、本章の冒頭に於て述べた所により容易に推察さるる如く、 \bar{z}_k は (II. 8) 式中の $f(D)y(t)=0$ の特解を表はし、又、 $C_k(\)$ は、微分方程式 (II. 3) の一般解中に含まれたる積分常数を、 $t=+0$ に於ける条件即ち第二種初期条件を用ひて決定したるものに該當するわけである。換言すれば、(II. 12) 式中の $y(t)$ は又 (II. 8) 式の解ともなつてゐるのである。而して従来吾々が、初期値問題と稱してゐるものは (II. 8) 式の形で表現されてゐるものに他ならないのであるから、(II. 3) 式の如く、第一種初期値問題として表現して、これより得られたる解は、確かに吾々の要求する正當なる結果を與へてゐるのである。

上述の考察は、更に一般に、微分方程式が聯立して與へられてゐる場合、又は境界条件を含み、線型偏微分方程式として表明されたる場合に對しても尙適用され得るのである。併し解法の具体的表現は、目下の所一般には

§ I. 6. に於ても述べたる如き三種類に限られてゐるものの如くである。

第 III 章

微分方程式の作成に關する注意

第一種解法を實行する爲には、次に述べる如き注意を必要とする。

(1). 電氣回路解析の基礎を形造る微分方程式は、原則として、Kirchhoff の第一並に第二法則に従つて、忠實に記述されねばならない。即ち回路中の任意の相隣る二つの枝點 m 及び n の間に存在する電壓を $e_{m,n}$ とし、又任意の一枝點 m に集合する電流を $i_{m,k}$ ($k=1, 2, \dots, l$) とすれば、

$$\sum e_{m,n} = 0, \quad (t \geq +0) \dots \dots \dots (\text{III. 1}),$$

$$\sum_k i_{m,k} = 0, \quad (\quad) \dots \dots \dots (\text{III. 2})$$

である。但し、 $\sum e_{m,n}$ は任意に選定された獨立なる閉回路に就ての代數和を示す。

抑々、回路解析の第一種解法に於ては、 $t > 0$ に於て各分枝に存在する電壓、電流又は電荷等の、 $t < 0$ に於ける値が幾何なりしかを知つてそれより、 $t > 0$ に於ける値を算定するものなる故、問題は各分枝個々の状態を採上げて、それ等を關係付ける形式に記述されねばならない。此の形式が即ち Kirchhoff の第一並に第二法則に他ならないのである。但し、後の計算に於て示す如く $t < 0$ に於ける回路が全く受動的である場合 (§ IV. 1. を参照のこと) 及び $t = -0$ の瞬間に於ける回路の結合状態が、 $t > 0$ に於ける回路の結合状態と同様である場合には、必ずしも一々 Kirchhoff の法則によらず、從來の慣例に従つて記述しても差支へない。たとへば、第 8 圖 (a) に示す如き回路を、 $t = -0$ の瞬間、 S に於て切斷する際、一般には、 $t \geq +0$ に於ける微分方程式は、同圖 (b) に示す如き i_1 , i_2 及び i_3 に就き、Kirchhoff の法則に従つて記述されなければならないのであるが、若し、 S を切斷する時刻 ($t = -0$) が、丁度 $i = 0$ である如き場合は、 $t = -0$ の瞬間に於ける回路の結合状態は $t \geq +0$ に於けるものと同様であるから、同圖 (c) にて示さるる如き網電流 i_1 及び i_2 に就き微分方程式を樹立しても差支へないのである。従つて、此の際電源電壓 $E(t)$ が直流電壓の如き場合には、常に (b) の形式にて論じられなければならないのである。

(2). 集中定數回路を構成する個々の要素は、抵抗、誘導及び容量であるが、是等の各要素中に存在する電流 i と、その兩端子間の電壓 e_R , e_L 及び e_C とは、周知の如く、

$$\text{抵抗: } e_R = Ri, \quad (t \geq +0) \dots \dots \dots (\text{III. 3}),$$

$$\text{誘導: } e_L = \frac{d}{dt}(Li) = D(Li), \quad (\quad) \dots \dots \dots (\text{III. 4}),$$

$$\text{容量: } i = \frac{d}{dt}(Ce_C) = D(Ce_C), \quad (\quad) \dots \dots \dots (\text{III. 5})$$

である。然るに容量に關しては、通常

$$e_C = \int^t \frac{i}{C} dt = (DC)^{-1} i, \quad (t \geq +0) \dots \dots \dots (\text{III. 6})$$

なる書き方がなされてゐる。林氏は、演算子解法に於ては、かかる表示は不可なりとし、回路解析に於ける微分方程式の形式はすべて、 Ri , $D(Li)$ 及び De_C 等の一次形式の組合せによつて記述さるべきことを主張して居られるのであるが⁽³⁾、實は此の表示法は何等差支へないのである。何となれば、I. § II. 8. に於て導いた

$$D^{-1} \cdot \equiv p^{-1} \cdot + C \left(\frac{-0}{t} \right) D^{-1} \cdot, \quad (t \geq +0)$$

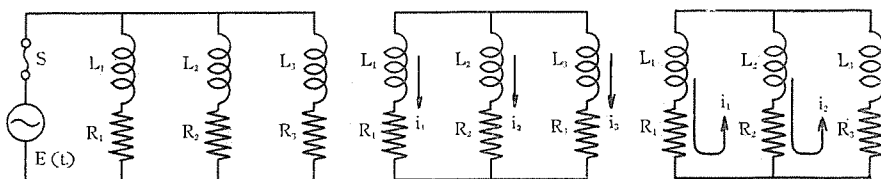
なる關係を用ひれば、

$$\begin{aligned} e_C &= \frac{1}{D} \left(\frac{i}{C} \right) = p^{-1} \left(\frac{i}{C} \right) + C \left(\frac{-0}{t} \right) D^{-1} \left(\frac{i}{C} \right) \\ &= \int_{-0}^t \frac{i}{C} dt + \frac{Q}{C}, \quad (t \geq +0) \dots \dots \dots (\text{III. 7}) \end{aligned}$$

(Q は初期電荷)

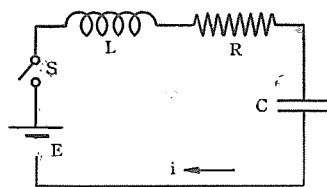
と書き得るが、此の最後の關係式は、まさしく物理的には、容量の兩端間に存在する電壓と、現在これに流入しつつある電流との關係を表はしてゐる故、(III. 6) 式は確に、容量中に存在する電流と電壓との物理的關係の數學的表示を與へてゐるからである。従つて、林氏の言はるる如く、微分方程式を一次形式に統制することは、一つの行き方を示唆するものではあるが、何等必然的制約を示すものではないと考へられるのである。要するに、 e_C (又は電荷) を用ふるか、又は $(DC)^{-1} i$ なる形式を用ふるかは、回路の性質によつて判斷さるべきであらう。(§ V. 3. の (1) を参照のこと)

(3). すでに、(1) の注意に従つて確立された微分方程式には、代數的操作及び初期値を考慮したる積分を施しても差支へないのであるが、これに微分演算を施してはならないのである。何となれば、今微分方程式がただ一つ與へられてゐる場合を考へるに、これを一度微



第 8 圖

分すれば、それは方程式の次数を一つ高めることとなるのであるが、その解を決定する爲には、更に初期条件（又は他の適當なる条件）を一つ増加せねばならないこととなる。而して第一種初期条件は、微分せざる以前の方程式を解く上に必要且、充分なだけ與へられてゐるに過ぎないから、此の増加せざるを得ない条件は、 $t \geq +0$ に於けるものでなければならない。従つて、微分した後に於ては、第一種解法は不可能となるのである。尚又、假に第二種解法を行ふとしても、上述の如く、条件を増加せねばならないだけ手数を要することとなる故微分を行ふことは成可く避けた方が好いのである。



第9圖

更に、此の間の事情を明かにする爲に、一つの具体例を考へて見よう。第9圖に示す如き L, R, C 直列回路 (C に初期電荷 Q が存在するものとする) を、 $t = -0$ の瞬間、 S に於て閉じた後の回路電流を求むるには、微分方程式

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = E, (t \geq +0) \dots (III. 8)$$

を、初期条件、

$$i(+0) = 0, \quad \left(\int i dt \right)_{t=+0} = Q \dots (III. 9)$$

の下に解けばよいわけであるが、これに

$$\int i dt = q$$

なる置換をなし、

$$L \frac{dq}{dt} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = E, (t \geq +0) \dots (III. 10),$$

$$\left(\frac{dq}{dt} \right)_{t=+0} = 0, \quad q(+0) = Q \dots (III. 11)$$

として、先づ q に就て解けば、

$$q = CE + e^{-\alpha t} (A \cos \beta t + B \sin \beta t), \quad (t \geq +0) \dots (III. 12)$$

$$(\text{但し、} \alpha = R/2L, \quad \beta^2 = \frac{1}{CL} - \alpha^2 > 0 \text{ とする})$$

を得る。従つて、

$$i = \frac{dq}{dt} = -e^{-\alpha t} \{ (\alpha A - \beta B) \cos \beta t + (\alpha B + \beta A) \sin \beta t \}, (t \geq +0) \dots (III. 13)$$

の如く、二つの積分常数 A 及び B を含む解が得られるから、この A, B を、(III. 11) 式の二つの条件から決定すれば所要の解が得られるわけである。(この問題の演算子解法に就ては § V. 1. (4) を参照のこと)

然るに若し、(III. 8) 式を一回微分し、

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0, (t \geq +0) \dots (III. 14)$$

として、 i に就て解いたとすれば、

$$i = e^{-\alpha t} \{ A' \cos \beta t + B' \sin \beta t \}, (t \geq +0) \dots (III. 15)$$

となるが、此の式中の二つの積分常数 A' 及び B' の決定には、與へられたる初期条件 (III. 9) を用ふるとすれば $\int i dt$ を作らねばならないが、それは $(\int i dt)_{t=+0} = Q$ なる関係より、

$$\int_{+0}^t i dt = \int_{+0}^t e^{-\alpha t} (A' \cos \beta t + B' \sin \beta t) dt + Q, (t \geq +0) \dots (III. 16)$$

となる。而して $i(+0) = 0$ によつて、(III. 15) 式より

$$A' = 0$$

を得るが、 B' を決定するには、更に一つの条件が必要となつて来る。此の必要なる条件として、

(i) 元の微分方程式 (III. 8) より $\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=+0}$ を

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=+0} = \left(E - \frac{Q}{C} \right) / L \dots (III. 17)$$

の如く算出して、これを用ふるか、若しくは、

(ii) $q_{t=\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int i dt = CE$

$$= B' \int_0^\infty e^{-\alpha t} \sin \beta t dt + Q, \dots (III. 18)$$

を用ひて $B' = \left(E - \frac{Q}{C} \right) / \beta L$ を算出することが考へ

得られるわけであるが、何れにしても、初めに與へられたる必要且、充分なる条件以上の餘分なる条件を用ひねばならぬことには變りはないのである。かくの如き必要を生じた理由は全く、原微分方程式を微分して得られた方程式の解を求めてゐる爲に外ならないのである。尙上述の (ii) の如く、 $t = \infty$ に於ける補助条件を用ふことに就ては、既に、§ I. 4. に於ても少しく觸る所があつた。

第IV章

第一種初期値問題の演算子解法

(第一法—D-p 變換)

§ IV. 1. 解法の數學的取扱ひ

第II章に於て考察したる基礎的事項より、次に述ぶる如き第一種初期値問題の演算子解法が得られる。

微分方程式

$$\sum_{i=1}^n f_{m,i}(D) y_i(t) = F_m(t), \quad \begin{cases} t \geq +0, \\ m=1, 2, \dots, n \end{cases} \dots (IV. 1)$$

及び第一種初期条件とによつて、當面の現象が完全に表現され得るものとしよう。茲に $F_m(t)$ は $t \geq +0$ に於て積分可能な既知函数、又 $f_{m,i}(D)$ は

$$f_{m,l}(D) \equiv \sum_{r=0}^{r_{m,l}} a_r(m,l) D^r + \sum_{s=1}^{s_{m,l}} b_s(m,l) D^{-s},$$

$$\left(\begin{array}{l} t \geq +0, \quad l, m=1, 2, \dots, n, \\ a_r(\quad), b_s(\quad) \text{ は常數} \end{array} \right) \dots \dots (IV.2)$$

とする。今ここに一つの parameter α を導入して、(IV.1) 式より次の微分方程式を導く。

$$\sum_{l=1}^n g_{m,l}(D) z_l(t) = G_m(t, \alpha), \quad \left(\begin{array}{l} t \geq -0, \\ m=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \dots \dots (IV.3)$$

茲に、

$$g_{m,l}(D) \equiv \sum_{r=0}^{r_{m,l}} u_r(t, \alpha; m, l) D^r + \sum_{s=1}^{s_{m,l}} v_s(t, \alpha; m, l) D^{-s}, \quad (t \geq -0, \quad l, m=1, 2, \dots, n)$$

及び $\alpha \rightarrow 0$ の時、一様に

$$\left. \begin{array}{l} G_m(t, \alpha) \longrightarrow F_m(t), \quad (t \geq +0) \\ u_r(t, \alpha; m, l) \rightarrow a_r(m, l), \\ v_s(t, \alpha; m, l) \rightarrow b_s(m, l) \end{array} \right\} \dots \dots (IV.4)$$

従つて、 $\alpha \rightarrow 0$ の時

$$z_l(t) \rightarrow y_l(t), \quad (t \geq +0)$$

とし、更に、

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \lim_{t \rightarrow -0} D^k z_l(t) = \text{第一種初期値} \\ (k = -\mu_l, -\mu_l + 1, \dots, 0, \dots, \nu_l - 1)$$

とする。但し、 μ_l は $s_{1,l}, s_{2,l}, \dots, s_{n,l}$ の中の最大のもの、 ν_l は $r_{1,l}, r_{2,l}, \dots, r_{n,l}$ の中の最大のものを表はす。

さて此の (IV.3) 式中の $g_{m,l}(D)$ に I. (IV.27) 式の関係代入すれば、

$$\sum_{l=1}^n g_{m,l} \left[\mathcal{I} \left(\frac{t}{-0} \right) \right] z_l(t) = G_m(t, \alpha) \\ + \sum_{l=1}^n \left\{ \sum_{r=1}^{r_{m,l}} \sum_{k=0}^{r-1} u_r \left(\frac{t}{-0} \right) p \left(\frac{t}{-0} \right)^{r+1} \right. \\ \left. C \left(\frac{-0}{t} \right) \left[D^{r-k-1} z_l(t) \right] - \sum_{s=1}^{s_{m,l}} \sum_{h=0}^{s-1} v_s \left(\frac{t}{-0} \right) p \left(\frac{t}{-0} \right)^{-h} \right. \\ \left. \cdot C \left(\frac{-0}{t} \right) \left[D^{-s+h} z_l(t) \right] \right\}, \quad \left(\begin{array}{l} t \geq -0, \\ m=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \dots \dots (IV.5)$$

なる関係が得られる。茲に

$$p \left(\frac{t}{-0} \right)^{-1} \equiv \int_{-0}^t \cdot dt, \quad (t \geq -0), \\ p \left(\frac{t}{-0} \right) \cdot \equiv D \cdot + p \left(\frac{t}{-0} \right) C \left(\frac{-0}{t} \right) \cdot, \quad (t \geq -0)$$

である。所で、 $G_m(t, \alpha)$ 及び $D^k z_l(t)$ ($k = -\mu_l, -\mu_l + 1, \dots, 0, \dots, \nu_l - 1$) がすべて、 $(-0, t \geq -0)$ に於て、衝撃函数的性質を持たざる積分可能な函数である

とすれば、是等を被演算函数とする限り、

$$\int_{-0}^t \cdot dt = \int_{+0}^t \cdot dt, \quad (t \geq +0) \dots \dots (IV.6)$$

とすることが出来る。従つて又、同じ被演算函数に就て

$$p \left(\frac{t}{-0} \right) \cdot = p \left(\frac{t}{+0} \right) \cdot, \quad (t \geq +0) \dots \dots (IV.7);$$

として差支へないことを考慮して、(IV.5) 式に於て $\alpha \rightarrow 0$ とすれば、(IV.4) 式の関係により、I. (IV.28) 式を参照して、

$$\sum_{l=1}^n f_{m,l} \left[p \left(\frac{t}{+0} \right) \right] y_l(t) = F_m(t) \\ + \sum_{l=1}^n \left\{ \sum_{r=0}^{r_{m,l}-1} p \left(\frac{t}{+0} \right)^{r+1} \left[\sum_{k=0}^{r_{m,l}-r-1} a_{k+r+1} \left(\frac{t}{+0} \right) \cdot \right. \right. \\ \left. \left. \cdot C \left(\frac{-0}{t} \right) \left[D^k y_l(t) \right] \right] \right. \\ \left. - \sum_{s=0}^{s_{m,l}-1} p \left(\frac{t}{+0} \right)^{-s} \left[\sum_{h=0}^{s_{m,l}-s-1} b_{h+s+1} \left(\frac{t}{+0} \right) \cdot \right. \right. \\ \left. \left. \cdot C \left(\frac{-0}{t} \right) \left[D^{-h-1} y_l(t) \right] \right] \right\} \cdot \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ m=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \dots \dots (IV.8)$$

の如く變形せられる。茲に $C \left(\frac{-0}{t} \right) \left[D^k y_l(t) \right]$ は

$\left(D^k y_l(t) \right) \left(k = -\mu_l, -\mu_l + 1, \dots, 0, \dots, \nu_l - 1; \right.$
 $l = 1, 2, \dots, n \left. \right)$ の第一種初期値を表はす。而して

$\left(D^k z_l(t) \right) \left(k = -\mu_l, -\mu_l + 1, \dots, 0, \dots, \nu_l - 1 \right)$

が $(-0, t \geq -0)$ に於て衝撃函数的性質を持たざる積分可能な函数なることは結局、 $C \left(\frac{-0}{t} \right) \left[D^k y_l(t) \right]$ と

$C \left(\frac{+0}{t} \right) \left[D^k y_l(t) \right] \left(k = -\mu_l, -\mu_l + 1, \dots, 0, \dots, \nu_l - 2 \right)$ とは常に等しい値を持ち(簡單の爲連続なりと言ふこととする)、 $C \left(\frac{-0}{t} \right) \left[D^{\nu_l-1} y_l(t) \right]$ と $C \left(\frac{+0}{t} \right)$

$\left[D^{\nu_l-1} y_l(t) \right]$ とは、連続又は、不連続なりとしてもその不連続性は、高々 $t = \pm 0$ に於て積分可能な性質を超えざることを意味する。實際に當面する多くの問題はかくの如き性質を有して居るのである。否、むしろ、かくの如き性質を持つたもののみが、數學的並に物理的取扱ひの可能な對とな象つてゐると言つても過言ではあ

るまい。而して、 $C \left(\frac{-0}{t} \right) \left[D^{\nu_l-1} y_l(t) \right]$ と $C \left(\frac{+0}{t} \right) \cdot \left[D^{\nu_l-1} y_l(t) \right]$ とが不連続なる時は、 $C \left(\frac{-0}{t} \right) \cdot$

$[D^{\nu_l} y_l(t)]$ より $C \begin{pmatrix} +0 \\ t \end{pmatrix} [D^{\nu_l} y_l(t)]$ への變化は衝撃函數的であることは當然である。

さて、

$$\Delta(p) \equiv \det f_{m,l}(p) \equiv \begin{vmatrix} f_{1,1}(p) & \cdots & f_{1,n}(p) \\ \vdots & & \vdots \\ f_{n,1}(p) & \cdots & f_{n,n}(p) \end{vmatrix}.$$

として、(IV. 8) 式の兩邊に、 $\frac{\partial \Delta(p)}{\partial f_{m,l}(p)}$ を作用させ $m=1$ から $m=n$ 迄邊々相加へれば、

$$\Delta(p) y_l(t) = \sum_{m=1}^n \frac{\partial \Delta(p)}{\partial f_{m,l}(p)} K_m(p, t)$$

となるから、此の式の兩邊に $\Delta(p)^{-1}$ を作用させれば、

$$y_l(t) = \sum_{m=1}^n \frac{1}{\Delta(p)} \frac{\partial \Delta(p)}{\partial f_{m,l}(p)} K_m(p, t), \quad \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ l=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \quad \text{(IV. 9)}$$

なる解が得られる。茲に $p \equiv p \begin{pmatrix} t \\ +0 \end{pmatrix}$ であり、又

$K_m(p, t)$ は (IV. 8) 式の右邊を表はしてゐる。

特に、受動回路の場合の如く、第一種初期値が悉く零なる場合には、(IV. 9) 式は簡単に、

$$y_l(t) = \sum_{m=1}^n \frac{1}{\Delta(p)} \frac{\partial \Delta(p)}{\partial f_{m,l}(p)} F_m(t), \quad \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ l=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \quad \text{(IV. 10)}$$

となるが、これは、(IV. 1) 式より、演算子算法により變形して得らるべき微分方程式

$$\Delta(D) y_l(t) = \sum_{m=1}^n \frac{\partial \Delta(D)}{\partial f_{m,l}(D)} F_m(t), \quad \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ l=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \quad \text{(IV. 11)}$$

に於て、單に D を p に置換した形から直ちに得られるものであるから、結局、原方程式 (IV. 1) 中の D を單に p に置換して得られるものであつて、(この操作を $D-p$ 置換と名附ける。) これが即ち、從來の H —法の對象となつてゐたものに他ならないのである。これより見れば、受動回路に關する限り、從來の H —法による演算の経路は兎も角として、その結果だけは常に正しかつた事が立證せられたわけである。而して、(IV. 9) 式及び (IV. 10) 式の右邊の計算は、第 I 篇に於ても述べたる如く、

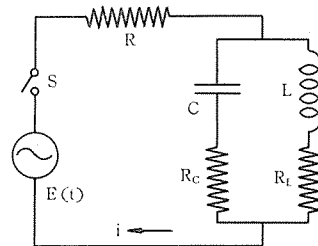
$$\frac{1}{\Delta(p)} \frac{\partial \Delta(p)}{\partial f_{m,l}(p)}, \quad \frac{1}{\Delta(p)} \frac{\partial \Delta(p)}{\partial f_{m,l}(p)} p^{r+1}, \quad \frac{1}{\Delta(p)} \frac{\partial \Delta(p)}{\partial f_{m,l}(p)} p^{-s}, \dots \quad \text{(IV. 12)}$$

等を p に關する部分分數式に展開し、然る後 $t=+0$ より $t=t (\geq +0)$ 迄積分を實行すればよいのである。

尚、前述の如く、(IV. 10) 式は、元の微分方程式 (IV. 1) 中の D を單に p に置換したのみにて得らるものなる故、此の場合は、(IV. 1) 式は必ずしも、Kirchhoff の第一及び第二法則に従つて、忠實に記述される要はなく、 (DL) 及び $(DC)^{-1}$ を夫々、誘導及び容量 impedance の如く看做して回路の結合状態を表現して差支へない。たとへば、第 10 圖の如き回路が、 $t < 0$ に於て受動的であつたとすれば、 S を閉じた後の回路電流 i に關する微分方程式は、これを

$$\left\{ R + \left(\frac{1}{DL + R_L} + \frac{1}{R_C + (DC)^{-1}} \right)^{-1} \right\} i = E(t); \quad (t \geq +0)$$

と書いて差支へないのである。



第 10 圖

§ IV. 2. (IV. 7) 式が所要の解なることの證明

(IV. 9) 式より得られる結果が、與へられたる微分方程式 (IV. 1) 及び第一種初期條件を満足する所要の解なるべきことは、第 II 章に於ける考察より明かであるが、これは又次の如くして、獨立にその然るべきことが證明される。

若し、(IV. 8) 式に於ける $C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [D^k y_l(t)]$

($k = -\nu_l, -\nu_l + 1, \dots, 0, \dots, \nu_l - 1$; $l = 1, 2, \dots, n$) が豫め與へられたる一定値ではなくて、すべて任意に考へられたる常數なりとすれば、(IV. 9) 式より得らるる結果は、I. § § V. 3. 2. に於て説明したる所により、(IV. 1) 式的不定積分解に他ならないわけである。従つて此の解は、I. (V. 29) 式、即ち

$$y_l(t) = \sum_{k=1}^{M+N} A_{k,l} \varphi_k(t) + \psi_l(t), \quad \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ l=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \quad \text{(IV. 13)}$$

の形に書ける筈である。故に、 $C \begin{pmatrix} -0 \\ t \end{pmatrix} [D^k y_l(t)]$ がすべて任意ではなく、或る定まつた常數 (必ずしも第一種初期値といふ意味ではなく) として與へられたる時の解を $(y_l(t))_a$ と書くと、

$$(y_l(t))_a = \sum_{k=1}^{M+N} B_{k,l} \varphi_k(t) + \psi_l(t), \quad \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ l=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \quad \text{(IV. 14)}$$

の如くなるであらう。而して若し、 $t=+0$ の状態、即ち第二種初期値が適宜計算されたるものとしてこれを用ひ、通常解法に従つて求められた解を $(y_l(t))_\beta$ とすればそれは、

$$(y_l(t))_\beta = \sum_{k=0}^{M+N} C_{k,l} \varphi_k(t) + \psi_l(t),$$

$$\left(\begin{array}{c} t \geq +0, \\ l=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \dots\dots\dots (IV. 15)$$

と書ける筈である。然るに $t=-0$ の状態より、 $t=+0$ の状態を計算する関係式は又、原微分方程式 (IV. 1) と第一種初期条件、又はそれと等價な (IV. 14) 式にて與へられるから、次の關係が得られる。

$$(y_l(+0))_\alpha = (y_l(+0))_\beta = \sum_{k=1}^{M+N} B_{k,l} \varphi_k(+0)$$

$$+ \psi_l(+0) = \sum_{k=1}^{M+N} C_{k,l} \varphi_k(+0) + \psi_l(+0)$$

従つて

$$\sum_{k=1}^{M+N} (B_{k,l} - C_{k,l}) \varphi_k(+0) = 0 \dots\dots\dots (IV. 16)$$

が得られる。

同様の關係が、 $\varphi'_k(+0), \varphi''_k(+0), \dots, \varphi^{(M+N-1)}(+0)$ に就て成立つ。即ち、

$$\sum_{k=1}^{M+N} (B_{k,l} - C_{k,l}) \varphi_k^{(h)}(+0) = 0,$$

$$(h=1, 2, \dots, M+N-1) \dots\dots\dots (IV. 17)$$

然るに、I. (V. 29) 式より明かなる如く、 $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_{M+N}(t)$ ($t \geq +0$) は線型獨立であるから、微分方程式論の数ふる所に従へば⁽⁴⁾、是等より作られた Wronski の行列式 $W(t)$ は、

$$W(t) \equiv \begin{vmatrix} \varphi_1(t) & \varphi_1'(t) & \dots & \varphi_1^{(M+N-1)}(t) \\ \varphi_2(t) & \varphi_2'(t) & \dots & \varphi_2^{(M+N-1)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{M+N}(t) & \varphi_{M+N}'(t) & \dots & \varphi_{M+N}^{(M+N-1)}(t) \end{vmatrix} \neq 0,$$

$$(t \geq +0)$$

である。従つて、(IV. 16) 式及び (IV. 17) 式を $B_{k,l} - C_{k,l}$ に就て解いたと考へれば、

$$B_{k,l} - C_{k,l} = 0, \quad \left(\begin{array}{c} t \geq +0, \\ k=1, 2, \dots, M+N, \\ l=1, 2, \dots, n \end{array} \right)$$

となる。よつて (IV. 14) 式、従つて、(IV. 9) 式にて與へられたる結果は、吾々の所要の解となつてゐるのである。

§ IV. 3. D-p 變換

かくて、第一種初期値問題の演算子解法を簡單には次の如く述べ得るであらう。

$t=-0$ に於ける状態と、 $t \geq +0$ に於ける状態を規定すべき微分方程式とが與へられてある時は、先づ是等よ

り、(IV. 8) 式にて示さるる如き關係を導き、その結果に演算子解法を適用して得られたる最後の結果は、直ちに吾々の所要の解を與へるものである。

これより又、§ I. 9 に於て述べた、第二種初期値問題の演算子解法も次の如く要約されるであらう。

$t=+0$ に於ける状態と、 $t \geq +0$ に於ける状態を規定すべき微分方程式とが與へられてある時は、原方程式より直接、(IV. 8) 式に類似の關係式 (即ち $C(t^0)$ の代りに $C(t^0)$ と書いたもの) を導き、その結果に演算子解法を適用して得られたる結果は、直ちに吾々の所要の解を與へるものである。

かくの如く、原方程式より (IV. 8) 式の關係 (又はそれに類似の關係式) を導く操作を $D-p$ 變換と名附けよう。然らば、初期値問題の演算子解法の要諦は $D-p$ 變換にありと云ふことが出來よう。而して解法に關する基礎的事項に就ては相當の考慮を要したるにも拘はらず解を得る手段そのものは $D-p$ 變換なる極めて簡單なる操作に盡きるのである。

§ IV. 4. $D^\lambda y_k(t) \equiv y_k^{(\lambda)}(t)$ の算出

$$\left(\begin{array}{c} t \geq +0 \\ \lambda = -\mu_l, -\mu_l+1, \dots, 0, \dots, \nu_l-1 \end{array} \right)$$

(IV. 9) 式により、 $y_l(t)$ が求められれば、これより $D^\lambda y_l(t) \equiv y_l^{(\lambda)}(t)$ ($\nu = -\mu_l, -\mu_l+1, \dots, 0, \dots, \nu_l-1$) を順次計算し得るが、これを原方程式 (IV. 1) より直接に算出し度い場合もある。かかる場合は $y_l(t)$ を算出したと同様に、次の如く計算出来る。

(IV. 1) 式を次の如く書き換へる。

$$\sum_{l=1}^n f_{m,l}(D) y_l(t) = \sum_{l=1}^n \varphi_{m,l}(D) [D^\lambda y_l(t)]$$

$$= F_m(t), \quad \left(\begin{array}{c} t \geq +0, \\ m=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \dots\dots\dots (IV. 18)$$

茲に $\varphi_{m,l}(D) \equiv f_{m,l}(D) D^{-\lambda}$.

$$\equiv \sum_{u=0}^{u_{m,l}} a_u(m,l) D^u + \sum_{v=1}^{v_{m,l}} b_v(m,l) D^{-v}.$$

此の式に $D-p$ 變換を施せば、

$$\sum_{l=1}^n \varphi_{m,l}(p) y_l^{(\lambda)}(t) = F_m(t)$$

$$+ \sum_{l=1}^n \left\{ \sum_{u=0}^{u_{m,l}-1} p^{u+1} \left[\sum_{k=0}^{u_{m,l}-u-1} a_{k+u+1}(m,l) \cdot \right. \right.$$

$$C(t^0) \cdot [D^k y_l^{(\lambda)}(t)] - \sum_{v=0}^{v_{m,l}-1} p^{-v} b_{k+v+1}(m,l) \cdot$$

$$C(t^0) [D^{-k-1} y_l^{(\lambda)}(t)] \left. \right\},$$

$$\left(\begin{array}{c} t \geq +0, \quad m=1, 2, \dots, n, \\ \lambda = -\mu_l, -\mu_l+1, \dots, 0, \dots, \nu_l-1 \end{array} \right) \dots\dots\dots (IV. 19)$$

となり、従つて、

$$y_l^{(\lambda)}(t) = \sum_{m=1}^n \frac{p^\lambda}{\Delta(p)} \frac{\partial \Delta(p)}{\partial f_{ml}(p)} H_m(p, t), \quad (")$$

.....(IV. 20)

が得られる故、これを計算すれば所要の結果が求められるのである。ここに $H_m(p, t)$ は (IV. 19) 式の右邊を表はす。

§ IV. 5. $D^{\nu_l} y_l(t) \equiv y_l^{(\nu_l)}(t), (t \geq +0)$ の算出

第 II 章に於て説明したる所により、 $y_l^{(\nu_l)}(t)$ は $t = \pm 0$ に於て連続なるか、積分可能な不連続性を有するか、若しくは衝撃函数的不連続性を有するかの何れかであるが、前二者の場合は、本章の初めに述べた $D-p$ 變換なる操作によつて、 $y_l^{(\nu_l)}(t) (t \geq +0)$ が求められ得るが、最後の衝撃函数的變化をなす場合には、直接微分方程式より $D-p$ 變換によつて算出することは出来ない。 $(D-p$ 變換なる操作中にはかかる衝撃的變化をなす量は除外してあるから)。併し問題によつては $y_l^{(\nu_l)}(t) (t \geq +0)$ を要求するものも考へられる。(§ V. 2 の(2)) かかる場合には、先づ $y_l^{(\nu_l-1)}(t) (t \geq +0)$ を求めておいて然る後、

$$D y_l^{(\nu_l-1)}(t) = y_l^{(\nu_l)}(t), (t \geq +0) \quad \text{.....(IV. 21)}$$

として算出すればよい。

§ IV. 6. 演算子解法と重疊の定理

さきに算出したる (IV. 9) 式の内容は又、回路解析に

於て屢々利用さるる重疊の定理を端的に表現してゐるものと云へる。何となれば同式は、

$$y_l(t) = \sum_{k=1}^{\eta_l} y_{l,k}(t), \quad \left(\begin{array}{l} t \geq +0, \\ l=1, 2, \dots, n \end{array} \right) \quad \text{.....(IV. 22)}$$

と書けるからである。茲に $y_{l,k}(t)$ は η_l 個の與へられたる條件

$$\begin{aligned} &F_{1m}(t), F_{2m}(t), \dots, F_{sm}(t); C \left(\begin{array}{c} -0 \\ t \end{array} \right) \left[D^{-\mu_l} y_l(t) \right], \\ &C \left(\begin{array}{c} -0 \\ t \end{array} \right) \left[D^{-\mu_l+1} y_l(t) \right], \dots, C \left(\begin{array}{c} -0 \\ t \end{array} \right) \left[y_l(t) \right], \dots, \\ &C \left(\begin{array}{c} -0 \\ t \end{array} \right) \left[D^{\nu_l-1} y_l(t) \right] \end{aligned}$$

等の内、 k 番目のもののみを残し、他を全部零としたる時の $y_l(t)$ の値である。但し、

$$F_m(t) = \sum_{k=1}^s F_{sm}(t), \quad (t \geq +0)$$

とする。

文 献

- (1) 林 重憲：電評 28, 674 (昭 15)
- (2) 寺澤寛一：數學概論, 307 (昭 6)
- (3) 文 献 (1) の 758 頁
- (4) 文 献 (2) の 203 頁

消イオン時間に就て

研 究 部 小 椋 義 正

内 容 梗 概

消イオン時間に就ての定義、消イオン現象の大体の過程、関係する諸因子、及び測定法を述べ、筆者の實驗結果を併せて私見を加へた。

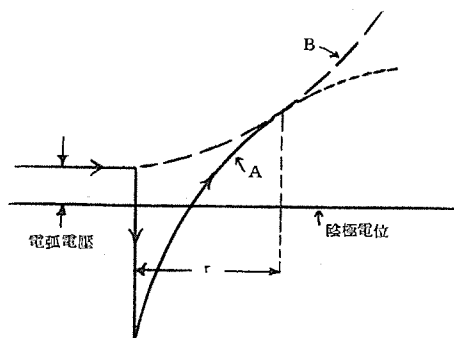
1. 緒 言

放電管が格子により僅かの電力で大電流を制御し得ることは眞にその妙味と云へるところである。イオンがあるから放電管なる名稱があり、且つ大電流を流し得るのであるが、一方この陽イオンが格子制御に害を及ぼして欠點となるのであるから、陽イオンは通電中のみ存在し消弧すると同時に消滅してしまふことが望ましい。しかしイオンの消滅には或る時間即ち消イオン時間を必要とするから、この消イオン時間が出来るだけ短いことが必要である。このことは低周波で放電管を點滅する際には左程重要ではないが、高周波回路に使用する場合には消イオン時間が非常に重大な意義を持つのであつて、例へばインバータで1000 \sim を發生さす場合には消イオン時間が約100 μ S以下でないと安定に働かすことが出来ない。これは真空管に於て超高周波の場合に電子の走行時間が問題になるのと似た點である。

消イオン時間については種々の研究があるが、未だ不明の點が非常に多い。今迄發表された事項を若干紹介し、いさゝか私見を加へて見ることにする。

2. 消イオン時間の定義

消イオン時間の定義には二種あるが、一言にして言へば、“放電管が消弧後、その格子が制御能を回復する迄の時間”である。即ち格子を負電位にしておいて電弧を一瞬切つたとする。その場合に陽極は陰極より低電位になり、陽極電位は再び時間常數で定まる曲線を書いて上昇する。(第1圖)。曲線Aが再點弧電壓曲線Bと交はれ



第 1 圖

ば格子の制御能は回復してゐないから再點弧し、交はらなければ再點弧しない。従て再點弧するとしなないとの臨界状態即ち曲線A,Bが互に切する場合の τ (第1圖)を消イオン時間と定める。

この再點弧電壓曲線は渡邊氏⁽¹⁾によれば

$$V = V_0 + Kt^n$$

である。但し V_0 は電弧電壓、 t は時間、 K, n はその場合によつて定まる常數である。

又、第二の定義は消弧時より上記の臨界状態の曲線Aが電弧電壓に達する迄の時間を消イオン時間と稱してゐる。

第二の定義による消イオン時間は第一のそれよりも幾分短く、第一の定義の方が嚴密なわけであるが、何れにしても大差なく、實際に測定する場合には相當の誤差が這入つてくるので、測定方法により便利な方を探つてゐる。

3. 消イオン現象

點弧の場合は格子が或る正の電位になれば、實際に通弧する迄の時間即ちイオン化時間は10 μ S以下であるが、消イオン時間は後で述べる如く種々の要素により影響され、普通數十乃至數百 μ Sである。消イオンといつてもイオンが完全に消滅することを意味するのではなく、イオン密度が或値以下になればよいのであつて、如何なる陽極電壓に對しては厚さ如何程のイオン鞘が出来れば制御能を回復したといわれるかといふことは未だ判つてゐない。

尚、陽極を一瞬負電位にして電弧を切る場合に、電弧の切れる時間即ち電子電流が零になるまでの時間は1 μ S以下である。

イオン消滅の原因は二種類ある。即ち

- a) ガス体内の再結合 (Volume recombination)
- b) 電極、管壁に於ける再結合 (Wall recombination)

a) は陰陽兩イオン、電子、中性粒子間の相互作用で、陰陽兩イオン相互間の再結合は相當に大きい、電子と陽イオンとのそれは極く少く、又、中性粒子に電子が附着して陰イオンとなり、之と陽イオンとの再結合もある。

b) はイオンが電界及び熱運動により、電極又は管壁に擴散衝突して中性粒子となるのであつて、イオン消滅の大部分は(b)によるものである。

従てイオンの消滅が電子のそれに比べて非常に時間を要することは、イオンの質量が大きいために擴散に時間を要するからであつて、若しイオンの質量が電子のそれと同程度であるとすれば消イオン時間といふ問題は解消する。

Wasserrab⁽²⁾ は Schottky 及び Spence-Steenbeck 等の理論を述べてゐるが、之を少し紹介すれば、

放電中の陽光柱(直径 $2R$)に於けるイオン密度 N は、 τ_0 をイオンの平均壽命、 D_a を ambipolar diffusion の係數として、

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau_0}, \quad \text{及び} \quad \frac{dN}{dt} = -D_a \cdot \nabla^2 N$$

$$\text{より} \quad \nabla^2 N + C^2 N = 0, \quad \text{但し} \quad C^2 = \frac{1}{D_a \cdot \tau_0}$$

之が管壁即ち $r=R$ に於て $N=0$ なる境界條件を満足するものとして定常状態に於ける N は

$$N_{stat} = N_0 \cdot J_0 \left(2.405 \cdot \frac{r}{R} \right)$$

で表される。但し N_0 は中心軸上のイオン密度である。

之について有賀氏⁽³⁾ は低壓の場合はイオンの擴散が容易であるから、管壁に於て $N=0$ とする假定は不可であつて、管壁と中心部とのイオン密度を等しくとり、圓管の軸方向の擴散について實驗とよく合致すると述べてゐる。

消イオン過程の密度 $N(r, t)$ は

$$N(r, t) = N_{stat}(r) \cdot e^{-t/\tau_0}$$

である。但し消弧の瞬間を $t=0$ とする。

陽極(直径 $2R$ で、消イオン時には負電圧 U が與へられるとする)に流入する逆電流は靜的及び動的の二種に分けられる。靜的逆電流密度 j_1 はイオンの固有速度 w に依るものであつて、他よりの電界等には無関係なものである。

$$j_1 = \frac{1}{4} e N w$$

$$= \frac{1}{4} e w N_0 J_0 \left(2.405 \cdot \frac{r}{R} \right) e^{-t/\tau_0}$$

動的逆電流密度 j_2 は陽極面に出来たイオン鞘が時間と共に厚くなり、この爲に流れるイオン流である。

$$j_2 = e N \frac{a}{2\tau_0}$$

$$= \frac{eK}{2\tau} \cdot \frac{U^{3/4} \cdot N_0^{1/2}}{w^{1/2}} \left\{ J_0 \left(2.405 \cdot \frac{r}{R} \right) \right\}^{1/2} e^{-t/2\tau_0}$$

但し a はイオン鞘の厚さ、 $K=2.29 \cdot 10^7$ (esu) である。そして消イオン時の始め即ち $t=0$ に於ては $j_1 \gg j_2$ であつて、 j_1 は速に減少し、 j_2 は減少が遅いから、始めの逆電流は主として j_1 に依り、時間が経てば j_2 に依る。 j_2 は陽極の電圧に關係するが、 $t=0$ に於て $j_1 = j_2$ とする爲には $N_0 = 10^{12}/\text{cm}^3$, $w = 7 \cdot 10^4 \text{ cm/sec}$, $\tau_0 = 10^{-4} \text{ sec}$ と

して $U = 29.24 \cdot 10^3 \text{ Volt}$ を要する。即ち負電圧を以てイオンを早く吸収することは非常に困難であつて、筆者が以前に補助放電管を用ひて格子がイオンを早く吸収すべく努めたことがあつたが殆んどその効果は見られなかつた。

4. 消イオン時間に關係する要素

F.R. Elder 氏⁽⁴⁾ はサイロトロンに依り次の實驗式を求めてゐる。

$$\tau = \frac{0.0012 p I^{0.7}}{e_g^{3/2} \cdot x} \text{ sec}$$

但し、 p はガス壓 (bar) I は電流 (amp.) e_g はプラズマに対する格子の負電圧 (Volt), x は格子と陽極との距離 (cm), であつて測定範圍は $p=0 \sim 8.5$, $I=2 \sim 8$, $e_g = -10 \sim +5$ である。この式に依れば、 x を大きくすれば τ が少なくなることになるが、この報告には x を變へた場合の測定値はなく、このことは後にも述べる如く疑問であつて寧ろ反對の様に思はれる。

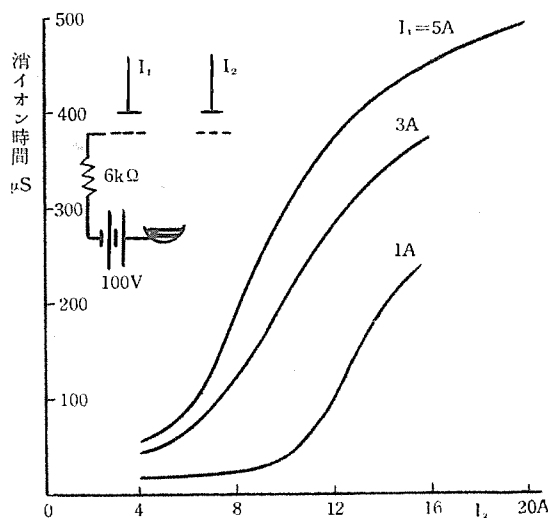
勿論放電管の構造により非常な差異があり、且つ製作並びに試験に際して條件が全く同一であると見做される様な時でも放電管によりその特性に非常な相違が生ずる場合に屢々遭遇することは、放電現象の複雑性と共に何か不明の要素が重要な役割を持つのではないかとさへ考へられる。従て一概に斷定することは出来ない。

i) 構造

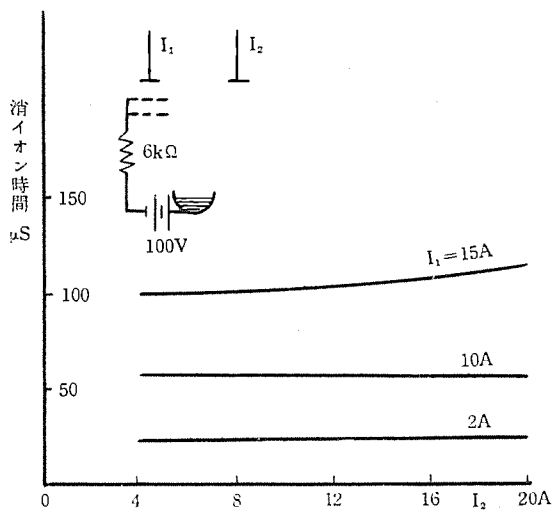
構造に關しては陽極筒、格子の構造、位置が重要である。

○陽極筒 蛸型では腕 (arm)、サイロトロンでは管球に相當するわけであるが、之の直径が大きくなれば、消イオン時間は長くなる。即ち前に述べた如くイオンの消滅は擴散に依るものが主であるから、陽極筒が大きくなれば擴散に時間を要することは當然である。従て放電路の長いことも消イオン時間を増す原因となる。

又、多陽極のものでは他極の放電によりイオンが擴散侵

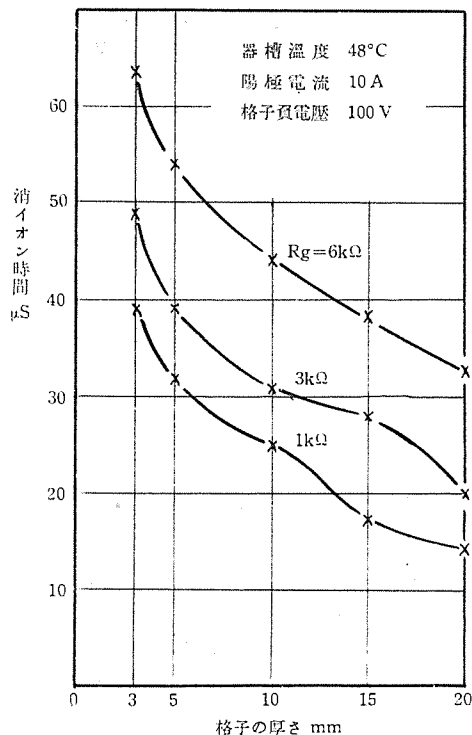


第 2 圖

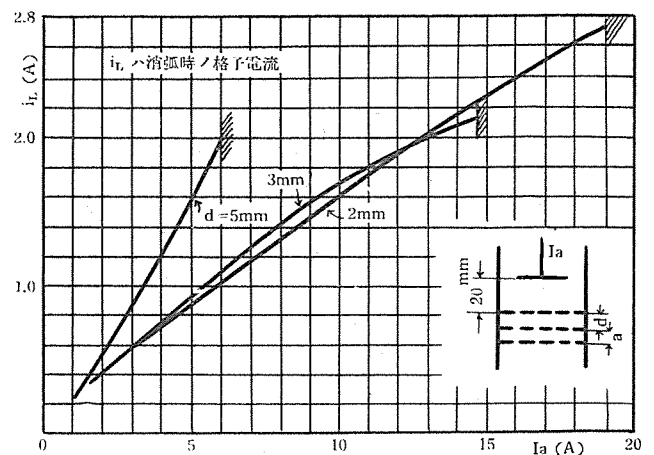


第 3 圖

入して来るから、之を出来るだけ防止することが必要であつて、陽極筒の構造、パツフル等に依り対策を講じてゐる。三山氏⁽⁵⁾の測定によれば、定格 100 A、三相用、ガラス筒の直径 30 cm、高さ 24 cm の鐵槽型につき他陽極電流 I_2 の影響は第 2 圖の如くなつてゐるが、蛸型 30 A のものでは第 3 圖の如く I_2 の影響は殆んど現れてゐない。三山氏はこの事につき、蛸型では放電路が隔離されてゐる爲と解釋してゐるが、前者では單格子、後者では二重格子（但し兩格子は短絡されてゐる）であるからこの影響も相當にあるのではないかと思はれる。筆者は鐵槽型（6 極、30 A パツフル無し）について隣接陽極に 10 A を流し之が消イオン時間に及ぼす影響を調べたが、この影響は全然見られなかつた。



第 4 圖



第 5 圖

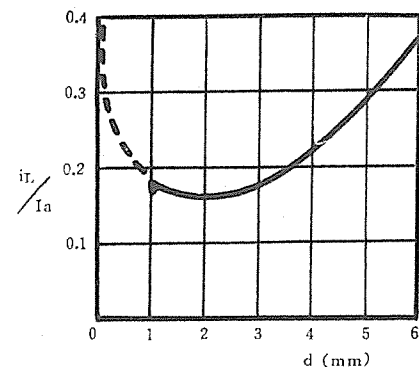
○格子の構造 格子の形は陽極を出来るだけ取囲むことが有効であるが、この爲に陽極及び格子附近の温度が非常に上昇し易いから消イオン時間が長くなり、折角取囲んだ効果がなくなる場合がある。

網目の大きさは、點弧が困難にならぬ範圍に於て、或程度までは成るべく小さくすることが必要である。

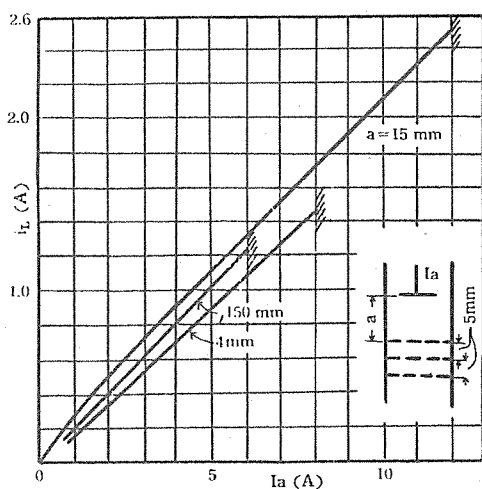
Meinhardt 氏⁽⁶⁾によれば、直接消イオン時間を測定したのではないが、小型のものについて mesh が 1 mm の時が最も良かつたと述べてゐる。

格子の厚さは或程度迄厚い程、消イオン時間は短くなる。筆者が測定した結果は後日詳しく發表したいと考へてゐるが、一例として第 4 圖の如くであつて、電流、電圧等によつて異なるであらうが、厚さと共に τ が直線的に減少してゐる。

多重格子を用ひた場合は格子の厚さを増したのと似た傾向になり制御能は増大する。三山氏⁽⁷⁾は二重格子につき實驗を行ひ、消イオン作用には第一格子（陽極に近い方）よりも第二格子の方が重要な役割をしてゐると述べ、Meinhardt 氏⁽⁶⁾は三重格子に負電壓を與へて直流電弧を遮斷する時の特性を第 5 圖、第 6 圖に示してゐるが、格子相互間の距離が 2 mm で最もよい特性となつてゐる。即ち格子間の距離 d が電子の平均自由行路よりも遙に大ならば格子相互間の空間に於てイオン化現象が起り、格子の制御能が衰へる。（圖に於て i_L は消弧時に流



第 6 圖



第 7 圖

れる格子電流である)

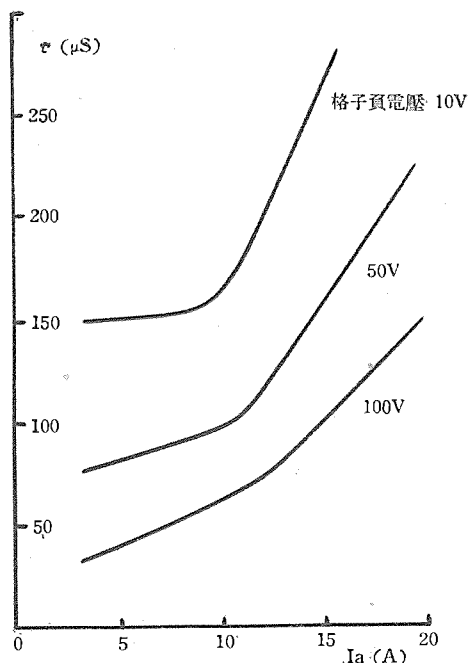
○格子の位置 之は陽極及び陰極との距離であるが、陰極との距離は陽極とのそれ程は関係がない様である。前述の Elder 氏の實驗式には陽極との距離 x が大なる程、消イオン時間が短い様になつてゐるが、Meinhardt 氏⁽⁶⁾によれば、三重格子の消弧特性は第7圖の如く $a=4, 15, 150$ mm のものにつき $a=15$ mm が最良であることを示しており、筆者は二重格子(兩格子を短絡)のもので $a=10, 30$ mm で消イオン時間が $a=10$ mm の方が短いといふ結果を得てゐる。之は高橋氏等⁽⁸⁾が a の變化により電弧電壓の最小のところがあつたと報告してゐるのと關聯があるらしく、電壓、電流等に應じて a の適當な値がある筈である。

ii) 電弧電流

電流が多くなるとイオン密度が大きくなり、従て一定密度の消イオン状態になるまでに長時間を要する。放電中のイオン密度は大体電流に比例すると考へられるが、密度が大ならば消弧時に於ける消滅度も大となり、筆者の経験からも Elder 氏の τ が $I^{0.7}$ に比例するといふことは妥當の様に思はれるが、佐藤氏⁽⁹⁾等の測定によれば第8圖の如く電流が或値以上になれば急に増加すると述べてゐる。

iii) 蒸氣壓及び温度

蒸氣壓が高くなればイオンの擴散が困難となり、消イオン時間が長くなる。稀有ガス又は少量の(全部蒸發する)水銀入りのものでは温度による蒸氣壓の變化が少いが、多量に水銀のあるものでは温度により蒸氣壓の變化が大きいため、温度を高くせぬことが必要で、このことから電弧電壓を極力小さくすることが大切であるが、消イオン時間を短縮する様な格子構造とすればどうしても電弧電壓が大きくなるといふ矛盾を生ずる。筆者の経験では器槽温度には殆んど變化がない場合でも、陽極筒内部の温度が上昇すれば、消イオン時間が長くなるが、これは器槽内部の壓力分布が一様でなく、陽極筒内部の壓力が高くなつてゐる爲と解釋される。同じ壓力の



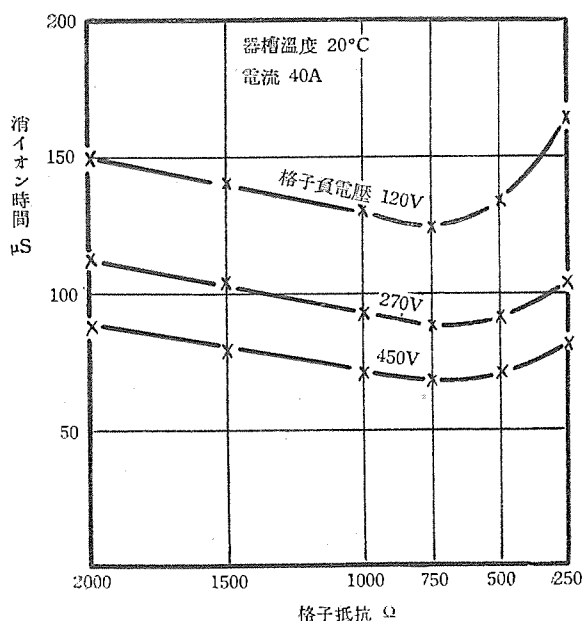
第 8 圖

下でもガス分子の軽いものは擴散が容易であるから、軽いガスを用ふれば消イオンには好都合である。

iv) 格子電壓及び格子抵抗

格子負電壓を小さくし、或は格子抵抗を大きくすれば消イオン時間は増大する。プラズマに對する格子の負電壓 V を大きくする程イオン鞘は厚くなるから、 V を出来る丈大きくすることが望ましいが、點弧の困難及び放電による格子、陽極間の絶縁破壊等の理由で餘り大きくすることは出来ぬ。

格子電源電壓を一定としておいて、格子抵抗を變化させた場合は、抵抗と消イオン時間は大体比例する様である。これは抵抗そのものの變化が直接影響するのではな



第 9 圖

く、イオン電流による Resistance drop のために格子の負電位が小さくなるものと解釋されてゐる。

筆者が大型鐵槽型について、後で述べる 5) - B) の方法で測定した結果は第 9 圖の如くなり、格子抵抗が或値まで減少すると、 τ は急に大きくなつてゐる。この理由については明確なる解釋は出来ないが、格子回路の振動ではないかと思はれる。理由は兎に角、格子抵抗を餘り小さくすることは禁物である。

V) 陽極電壓

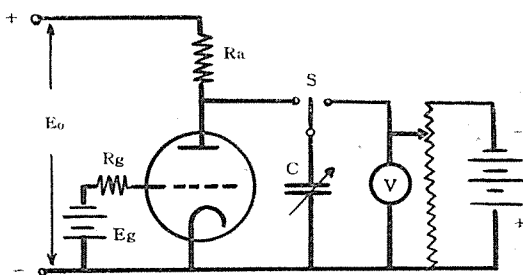
陽極電壓が高ければ、格子が制御能を持つためには厚いイオン鞘がなければならないから、それと消イオン時間も永くなる。陽極回路が誘導性の場合には電弧が切れる時に高電壓を生じ陽極が高電位となるために消イオン時間が大となるのであつて額田氏⁽¹⁰⁾も同様に報告してゐる。

5. 消イオン時間の測定法

測定法は次に述べる如く數種あるが、實際の測定に當つて最も困ることは測定中に管内部の状態が變化することである。即ち測定するためには電流を通すことが必要であるが、測定には或る時間を要するために、管内の温度特に陽極、格子附近の温度が刻々變化して測定値が變ることである。又電流の大きいものでは装置等の關係上精密な測定が困難である。

A) 蓄電器を用ふる法⁽¹¹⁾⁽¹²⁾

第 10 圖の如き回路に依る。即ち電弧を通じ、一方、開



第 10 圖

閉器 S を右に倒して蓄電器 C を電圧 V に充電しておく。格子に負電圧 E_g を與へておいて、 S を左に倒せば陽極の電位は陰極より V だけ低電位となり電弧は消滅する。この場合、前に述べた如く電弧の消滅時間は $1\mu S$ 以下であるから、この間に於ける C の電圧の變化は無視し得る。電弧が消えた後は R_a を通して C が充電されるから陽極の電位は第 1 圖に示した曲線 A を辿る。但し C 或は V を或値より小さくすれば、 S を左に倒しても一瞬電流は消えるが、すぐ再點弧が起る。従て C 或は V を變化し、再點弧が起ると起らぬとの臨界値を求めれば、再點弧電壓を電弧電壓に等しいと假定して次の式より消イオン時間 τ が求まる。

實際には C を連続的に變化することは困難であるから、 C を一定とし V の方を變化する方が便利である。

尙この方法は S を左に倒した時に餘り火花が出ると測定の精度を損ふから、火花が成る可く出ない様にする必要がある。

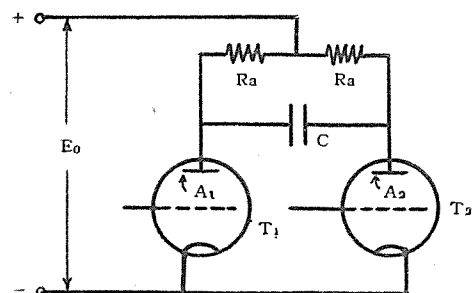
$$\tau = 2.3C \cdot R_a \cdot \log_{10} \frac{E_0 + V}{E_0 - E} \text{ sec}$$

E ; 電弧電壓 (Volt)

C (Farad); R_a (ohm); E_0, V (Volt)

B) 並列インバータ結線による法⁽⁹⁾

前述の A) の變形であつて、開閉器 S による消弧を放電管で爲さしめる。即ち第 11 圖の放電管 T_1, T_2 を交互



第 11 圖

に放電を行はせる。今 T_1 が通電し、 T_2 が消弧してゐるとすれば、陽極 A_1, A_2 の電位は夫々 E (電弧電壓), E_0 であるから C は $(E_0 - E)$ に充電されてゐる。次に T_2 が放電を開始すれば A_2 の電位は E , A_1 の電位は $E - (E_0 - E) = -(E_0 - 2E)$ となり、 T_1 は消弧する。 T_1 が消弧すると A_1 の電位は RC なる時常數を以て E_0 まで上昇する。従て前式の V の代りに $(E_0 - 2E)$ を代入すれば

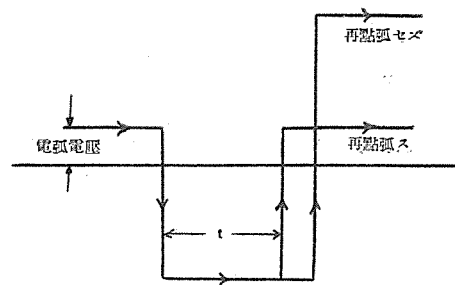
$$\begin{aligned} \tau &= R_a \cdot C \log_e \frac{E_0 + (E_0 - 2E)}{E_0 - E} \\ &= R_a \cdot C \log_e 2 \\ &= 0.69 R_a \cdot C \end{aligned}$$

但しこの C は前述の臨界値である。

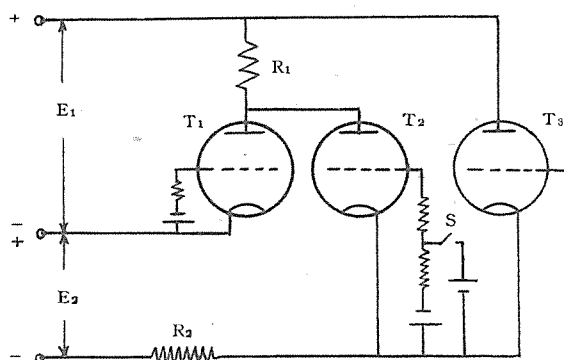
この方法は前述の火花の慮はないが、欠點としては、管 T_1 の τ を測定する場合に、管 T_2 として τ が T_1 のそれと等しいか又は之より短い管を必要とする。

C) 電流轉換法⁽¹²⁾⁽¹³⁾

之は前の方法とは異り、消弧後陽極を一定の負電位に保ち時間 t の後、突然陽極に電源電壓を加へ再起動するか否かの臨界状態の t を求めて、これを消イオン時間とするのであつて、陽極電位の時間的變化は第 12 圖に示



第 12 圖

T₁: 供試放電器

第13図

す。測定回路の原理は第13図の如くである。

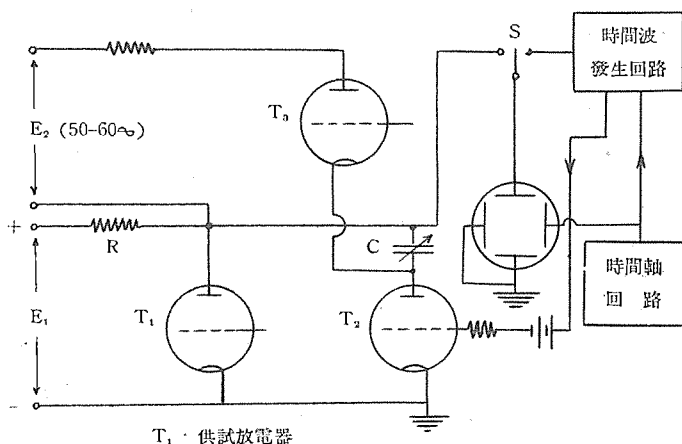
即ち T_1 を通電しておき、 S によつて T_2 を起動させる。この場合に E_2, R_1, R_2 を適当に選び、 R_1 の電圧降下を E_{R1} として、 $(E_1 - E_{R1})$ が T_1 の電弧電圧以下になる様にすれば T_1 は消弧する。實際は $E_1 < E_{R1}$ なる様にすると T_1 の陽極は陰極よりも低電位になる。次に T_3 を起動させれば T_2 は消弧し、 T_1 の陽極には E_1 なる電圧がかかる。 T_2 が通電した瞬間の R_2 の電圧降下を適当な時限回路に導き、第12図の時間 t の後、 T_3 の格子を正電位とする様にする。この t を任意に變へて t の臨界値を求めることが出来る。

この方法の欠點は T_1 を流れる電流 i に對して T_2, T_3 を流れる電流が非常に大きいから、 i が大きい場合には實際問題として測定することは困難である。

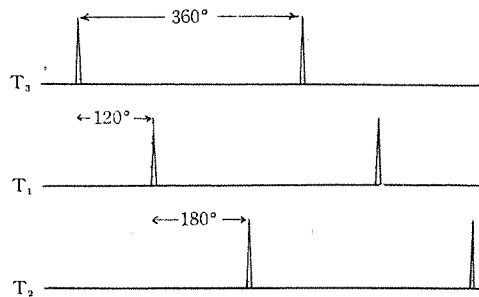
D) ブラウン管に依る法⁽¹²⁾

この方法は供試放電管の陽極電圧をブラウン管に現し、消弧時より再點弧する迄の時間を観測するのである。原理は第14図に示す。 T_1 は供試放電管、 T_2 は T_1 を消弧させる爲の放電管、 T_3 は蓄電器 C を充電するための放電管である。各管の格子に加へる正電圧の位相は大体第15図の如くし、 T_1, T_3 の格子は $50 \sim 60 \sim$ の尖頭波變壓器により、 T_2 は時間波發生回路に依て格子制御を行う。

まづ電源 E_2 により T_3 を通じて C が充電され、充電

T₁: 供試放電器

第14図



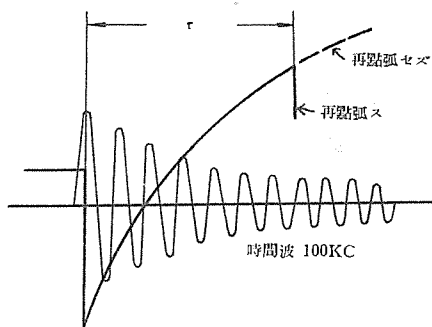
第15図

が終わると電流は自然に零となる。次に E_1 により R を通して T_1 を放電させ、更に T_2 を放電させれば C の電荷により T_1 の陽極は負となり電弧は消滅する。 C は R, T_2 を通して E_1 により逆方向に充電されるから、 T_1 の陽極電位は時定数 CR によつて定まる曲線を書いて上昇し、再點弧電圧に達した時まで消イオン作用が完成してゐなければ T_1 は再點弧する。再點弧しなければ C の電位が E_1 になれば T_2 の電流は自然に消滅する。従て T_1 が再點弧しても、しなくてもこの現象を繰返すから、之と時間波とを S によつて $25 \sim 30 \sim$ で切換へてオシロの現象板に入れ第16図の如き圖形から再點弧する迄の時間 τ を観測するのである。

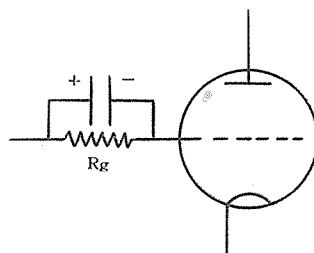
6. 消イオン時間の短縮法

消イオン時間を短縮する方法に就ては未だ決定的な解決策は發見されてゐない。諸氏によつて報告されてゐる短縮法を二三紹介して見れば、

A) Ostendorf氏⁽¹¹⁾ は第17図の如く格子抵抗と並列に蓄電器を挿入し、消イオン時間が蓄電器を挿入しない場合の $1/4$ になつたと報告してゐる。これは通弧中に於ける格子電流によつて圖の如く蓄電器が充電され、消弧



第16図



第17図

時には R_g が小さくなつた如き効果による。しかし蓄電器の充電圧及び容量が相當大きいとすれば、この効果も大きい筈であるが、筆者の経験によれば餘り効果はない様である。

B) 有賀氏⁽¹⁴⁾は格子と直列にリアクトルを挿入して消イオン時間が短くなつたと報告し、これは陽極電流休止後、放電管内部のイオン消滅により格子電流が減少するが、この爲にリアクトルに誘起された電圧が格子を高い負電位にするためであらうと解釋してゐるが、筆者はリアクトルを挿入すれば消イオン時間が長くなるといふ測定結果を得ており、Wasserrab⁽²⁾、額田兩氏⁽¹⁰⁾も同様に述べてゐる。

C) 佐藤氏等⁽¹⁵⁾は格子の制御ではないが、水銀陰極のものに於て陰極輝点を消滅さす方法で消弧を行ひ、消イオン時間に相當するもの即ち放電管の制御能の回復が $100 \mu S$ 以下であつたと報告してゐる。しかし陰極輝点が相當の熱容量を持つてゐる關係上、熱的慣性のために電流が大きくなるに従て輝点の消滅には長時間を要すると思はれる。而も消弧後、陽極に高電圧が加はる場合には残存陽イオンによる陰極衝撃により、消滅しかゝつてゐる輝点が成長又は新しく生成する慮があると考へられる。

D) 額田氏⁽¹⁰⁾は管自身の構造を改良した“格子にて消弧可能なるサイatron”（但し陽極電流は $100mA$ 以下）の消イオン時間が普通のサイatronに比べて短いことを報告してゐる。

E) 筆者は前に述べた如く根本的な改良策を除けば、格子の厚さ及び位置による方法が最も近道ではないかと考へ研究中である。又、消イオン時間そのものは短縮出来なくても回路の方から、陽極電圧が消イオン時より再點弧電圧にまで上昇するまでの時間を長くすれば消イオン時間を短縮したと同じ結果になる。

7. 結 言

放電管が格子により、起動は自由に制御出来るが、消弧は格子だけでは殆んど不可能であるといふことは、格子制御放電管が不具者であるといふ感がする。相當の大電流を格子のみで自由に消し得る様なものが出来れば、勿論消イオン時間も極めて短縮出来るのであつて、これは今後の研究に俟つより外はない。

又電弧があつての消弧であるから、點弧が容易であることは勿論必要であつて、消弧を容易とし、消イオン時間を短くしようとすれば點弧が困難となり且つ電弧電圧が増加するから點弧、消弧を同時に容易ならしむるといふことは困難である。

擱筆に當り、筆者が種々獨斷の見解を述べ、諸氏の御報告に對して暴言を吐いたことに對し深く御詫をすると共に御叱正を賜らば望外の悦びとするところである。

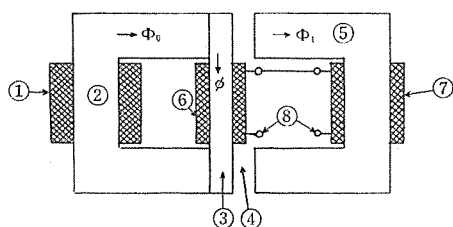
文 献

- (1) 渡邊：電氣誌 昭14年4月 p178
- (2) Wasserrab: Siemens Werken XIX 1940 S.1
- (3) 有賀：電氣論文集 昭17年3月 p95
- (4) Elder: G.E. Rev 32 1929 p213
- (5) 三山：電氣誌 昭17年3月 p168
- (6) Meinhardt: Arch. f. Elektch 35 1941 S.81
- (7) 三山：電氣誌 昭17年3月 p165
- (8) 高橋, 前田, 原田：電氣誌 56 昭11年 p651
松浦, 吉原, 矢木: " " " p667
- (9) 佐藤, 三山, 天野：電試彙報, 昭14年8月 p456
- (10) 額田：早稻田電氣工學誌 23 昭17年 p109, 195
- (11) Ostendorf: E.T.Z 4 1938 S 87
- (12) 高橋, 石川：電試彙報, 昭14年6月 p351
- (13) Hermann: Arch. f. Elektch. 30 1936 S.555
- (14) 有賀：第19回聯合大會 6-1
- (15) 佐藤, 三山：第17回 " No.91

尖頭波形電壓發生裝置

(三菱特許 第 151288 號)

本發明は放電管、水銀整流器の格子制御、殊に並列陽極を設けたる水銀整流器の格子制御を確實ならしめ、陽極電流の不均衡等を防止せしめ得る急峻なる尖頭波形電壓を發生せしむる装置を提供したものである。



第 1 圖

第 1 圖は本發明の一實施例を示す略結線圖で、(1)は主鐵心(2)に巻かれ交流電源に接続せらるゝ一次巻線、(6)は低磁束密度で飽和する鐵心(3)に巻るゝ第一の二次巻線で、(7)は可飽和鐵心(3)に空隙(4)を隔てゝ並列に對置せられたる鐵心(5)に巻かるゝ第二の二次巻線にして前記の第一及第二の二次巻線は直列且兩二次巻線に誘起する電壓の位相が互に逆なる如く接続せらるゝものである。

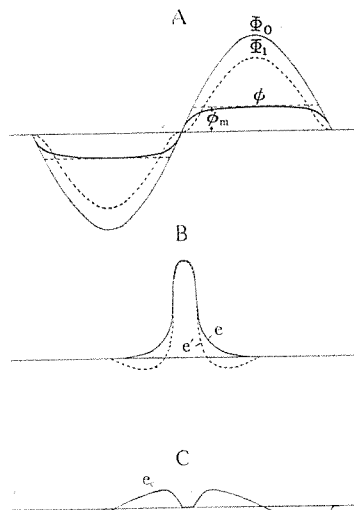
而してその作用は、鐵心(3)は他の鐵心に比し其の斷面積を小となし、一次巻線(1)に依り生ずる磁束(Φ_0)により容易に飽和せしめらるゝ故、磁束(Φ_0)が鐵心(3)の飽和値(Φ_m)に達するや残余の磁束(Φ_1)は空隙を通して鐵心(5)に流入し鐵心(3)に第 2 圖(A)(B)に示す如き梯形的磁束(Φ)が誘起せらる。故に二次巻線(6)に(e)の如き急峻なる尖頭波形電壓が得らるゝは尖頭波形變壓器の原理にして、鐵心(5)は單に磁束(Φ_1)を流通せしめて一次巻線(1)の磁化電流を減少せしめる爲設けるものである。

然るに、第 2 圖(B)の(e)の如き尖頭波形電壓は、鐵心(3)の飽和曲線が第 4 圖(a)の如き理想的なる場合なるも、實際は(b)の如くなる爲 Φ の波形は第 3 圖(A)の如くなる故、電壓波形は同圖(e)の如く著しく其の急峻さを失ひ、爲に格子制御は不安定となる。

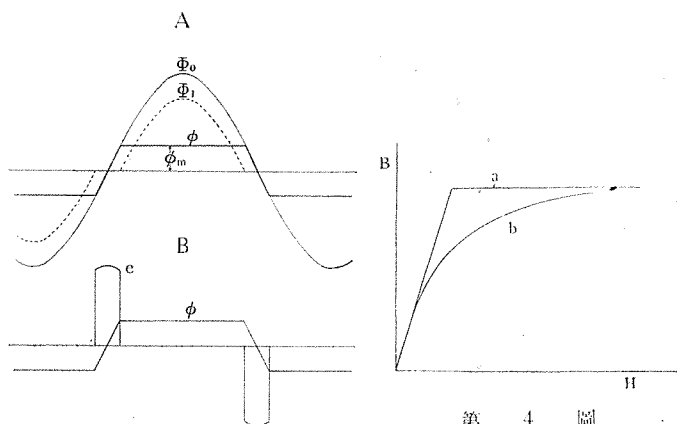
一方鐵心(5)に流るゝ磁束(Φ_1)は第 3 圖(A)の如く正弦波形磁束(Φ_0)より

(ϕ)を差し引きたる波形となる故、此の上に第二の二次巻線を巻けば夫れに誘起せらるゝ電壓は第 3 圖(C)の(e)の如く成るを以て、第一及第二の二次巻線(6)及(6)を位相が逆なる如く直列に接続する時は、端子(8)に此の二つの電壓が重疊せられ第 3 圖(B)の(e')の如き急峻なる波形の電壓が發生する。

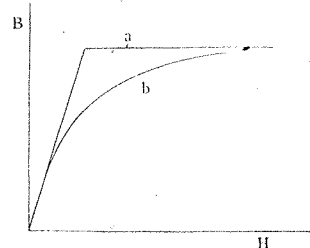
從來、一次巻線上に更に巻線を施し此の巻線に誘起する正弦波形電壓を二次巻線と逆位相となる如く直列に接続し、(e)の裾の部分を取り去る如くなせるものもあつたが、此の方法に於ては裾の部分を取り去られると同時に、其の尖頭値も正弦波電壓の最大電壓だけ小となる欠點ありしも、本發明に於ては斯くの如き欠點なく唯裾の部分のみ取り去る故急峻なる電壓が得られ、放電装置の格子制御を確實ならしめ得るものである。(菅野)



第 2 圖



第 3 圖



第 4 圖

一般用圧延鋼材普通種 SS00

研 究 部 西 原 義 昌

内 容 梗 概

JES 圧延鋼材の規格改正によつて、一般用圧延鋼材に普通種 (SS00) が新設された。これは規格の内容から見、殆ど無規格に等しい。この意味で舊無規格鋼材を新 SS00 鋼材と見なし、入手出来る範囲でこの種の鋼材の引張試験を行い、この種鋼材の最も妥當と思はれる抗張力、降伏點伸び等を求めた。これによつてその妥當値は次の通りである。

抗 張 力 40~50 kg/mm² 降 伏 點 25~30 kg/mm² 伸 び 25~30%

緒 言

日本標準規格の改正によつて、JES 號 20, 21, 22, 23 號の舊規格が廢止になつて、新しく JES 第 430, 431, 432 號が制定された。即ち舊規格では JES 第 20 號構造用圧延鋼材 (橋梁、建築用其他)、JES 第 21 號造船用圧延鋼材、JES 第 22 號罐用圧延鋼材、JES 第 23 號鐵道車輛用圧延鋼材等に分類し、同一用途の鋼材でも、板鋼、形鋼、棒鋼等の形狀によつて規格が違ひ、甚だ複雑であつた。これを新規格では、JES 第 430 號一般用圧延鋼材としてこの中に橋梁、造船、鐵道車輛鋼材を全部含ましめ、他に JES 第 431 號罐用圧延鋼材、JES 第 432 號鉄用圧延鋼材に分けて、その上に板鋼、形鋼、棒鋼等の別を設けず一率に規格を定め、舊規格の複雑を除き、その他二三の改正を行つて居る。併しこゝで問題となるのは、JES 第 430 號一般用圧延鋼材に普通種 (SS00) の新しい鋼種が出来たことである。以下この種鋼について引張試験を行い、抗張力、降伏點、伸び等の妥當な値を求めた。

普通種 (SS00) 鋼の規格

一般用圧延鋼材は種別として、普通種、第一種、第二種、第三種に分類されて居る、今問題になる規格を抜き出して書けば次の様になる。

- 1) 化學試験 (JES 第 430 號、第四章、第五條) 鋼材の成分中磷及硫黃の含有量は、普通種を除くの外第一表の制限を超過することを得ず。

第 1 表

	磷 (%)	硫黃 (%)
平爐又は電氣爐による場合	0.06	0.06
轉 爐 に よ る 場 合	0.08	0.06

- 2) 抗張力試験 (JES 第 430 號、第四章、第九條) 抗張試験に在りては標準抗張試験片を用ひ、第 2 表

の規定に合格するを要す。但し縞鋼板 (之に類するものを含む) 及び、徑又は對邊距離 8mm 未滿の鋼材並に厚 6mm 未滿の鋼材には本試験を行はず。

第 2 表

種類	種 別	記事	抗張力 kg/mm ²	標準抗張 試験片	伸 (%)
鋼板	普通種	SS 00	34~50	第一號	厚 9mm 以上 18 以上 厚 9mm 未滿 15 以上
形鋼	第一種	SS 34	34~41	第一號	厚 9mm 以上 25 以上 厚 9mm 未滿 21 以上
平鋼	第二種	SS 41	41~50	第一號	厚 9mm 以上 20 以上 厚 9mm 未滿 17 以上
棒鋼	普通種	SS 00	34~50	第二號	18 以上
				第三號	21 "
	第一種	SS 34	34~41	第二號	25 "
				第三號	30 "
	第二種	SS 41	41~50	第二號	20 "
				第三號	24 "
	第三種	SS 50	50~60	第二號	18 "
				第三號	21 "

第 2 表の抗張力の上限は、注文者の承認ありたる場合は之を越ゆるを妨げず。

この様に普通種は、抗張力の範圍が 34~50 kg/mm² と非常に廣く漠然として居てその中には炭素鋼と名のつくものは皆含まれることになる。勿論第一種第二種も含まれる。この意味で殆ど無規格に等しい。故に本實驗では舊無規格鋼材を、普通種 (SS00) と見なして試験した。

次にこの鋼を使用して設計する場合に、抗張力を如何なる値に選定するか非常に問題であつて、たとへば最高値 50 kg/mm² を採用することは勿論困難であるが、それかと云つて最低値 34 kg/mm² は、鉄材の規格抗張力の最低値でもあつて、普通の炭素鋼ではこの様な低い値を得ることは却つて難しい。従つて 34 kg/mm² の値の鋼材は餘りない。そこでこの中間にある適當な値を採用しなければならなくなる。

今安全の意味で、最低値 34 kg/mm² を採用した場合と、妥當な値 45 kg/mm² を採用した場合との、材料節約の割合を考へて見ると、抗張力の比は斷面積の比に逆

比例するから大体に32%の節約になる。

この様に相當な節約になるから、特に現今の様に材料の節約が叫ばれてゐる時試料の妥當な値を採用することは、甚だ重要な意味を持つのである。

實際の設計の基準は、この種の鋼では、抗張力より降伏點を基準とすべきであるが、これについての規格はない。それ故に次の試験では同時に設計の基準になる降伏點も求めた。

試 験 方 法

普通一般に商業試験によく使はれるアムスラー型 10 噸及び 50 噸萬能試験機によつた。

試 験 片

試験片は必ずしも、JES の規格通りの標準試験片ではない。それは材料によつて標準試験片を採ることが困難な場合もあり、又材料の節約の意味で變更し、當社に於いて從來よりよく用ひられ、今後も又よく用ひられる試験片を採用した。

次に本試験の試験片と JES の標準試験片との関係は次表の様である。

鋼 種	本 試 験 片	JES標準試験片	備 考
平 鋼	第1號(厚9mm以上のもの) 第6號(厚6mm以下のもの)	第1號	JESに於いては厚6mm未滿は試験を行はず
等邊山形鋼 不等邊山形鋼 溝 形 鋼	第1號(厚9mm以上のもの) 第6號(厚6mm以下のもの)	第1號	同 上
丁 形 鋼	第1號(厚7.5mm以上のもの) 第6號(厚7mm以下のもの)	第1號	同 上
丸 鋼	第 4 號	第2號又第3號	本試験に第4號を用ひたのは從來もよく使はれ今後もよく使ふ試片である

上記の様に形鋼及び平鋼では殆ど全部 JES の標準試験片であるが、只6mm厚のものでは第1號試験をとることが出来なかつた。猶丁形鋼では7mm厚のものも第1號試験片がとれない。

この場合試験片の形状によつて問題になるのは只伸びのみである。又棒鋼では第3號を使はず第4號試験片を用ひたが、これによつて標點距離の變化は次の様になる。

L_1, D_1 : 第3號の標點距離及び直径

L_2, D_2 : 第4號 " "

とすると規格によつて

$$L_1 = 4 D_1$$

$$L_2 = 4 \sqrt{A} = 4 \sqrt{\frac{\pi D_2^2}{4}} \quad \text{但 } A: \text{試片の斷面積}$$

これより

$$\frac{L_1 - L_2}{L_2} = \frac{4 D_1 - 4 \sqrt{\frac{\pi D_2^2}{4}}}{4 \sqrt{\frac{\pi D_2^2}{4}}} = \frac{2 D_1 - \sqrt{\pi D_2^2}}{\sqrt{\pi D_2^2}} - 1 = 0.14$$

今試験片の直径を等しいとすれば、

$$\frac{L_1 - L_2}{L_2} = \frac{2 - \sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} - 1 = 0.14$$

即ち第3號が第4號試験に比べて約14%標點距離が長い、それ故に第4號を用ひた場合は第3號について規格値より伸びが幾分多く出なければならぬ。併し規格によれば第2號と第3號試験片との間に試験片の直径を等しくすると標點距離は第2號は第3號よりも100%も長いそれにも拘らず伸びは僅かに3%の差しかない。これ等を参照すれば、第3號と第4號試験片の間の伸びの差は問題にならず、直径だけ等しければ第3號も第4號も同一試験片と考へて差支へない。

試 験 結 果

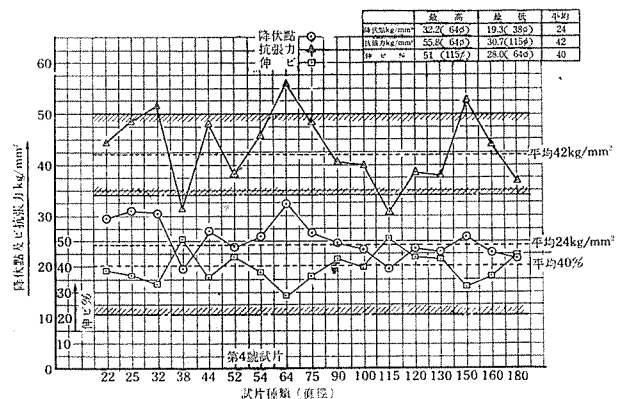
a) 丸 鋼

17種の丸鋼の試験結果は第3表及第1圖の様になる。

第3表 丸鋼試験成績表

下記値同は一試験片6本の平均値なり

直径 mm	降 伏 點 kg/mm ²	抗 張 力 kg/mm ²	伸 び %	試 験 片
22	29.4	44.4	38.0	J E S 第4號
25	30.7	48.5	36.0	"
32	30.4	51.3	32.8	"
38	19.3	31.3	50.2	"
44	26.8	48.0	35.6	"
52	23.7	38.1	43.5	"
54	25.7	45.6	37.4	"
64	22.2	55.8	28.0	"
75	26.8	48.1	35.8	"
90	24.4	40.3	42.8	"
100	28.1	39.3	39.8	"
115	19.5	30.7	51.0	"
120	23.2	38.4	43.8	"
130	22.9	38.0	43.0	"
150	25.7	52.6	32.0	"
160	22.6	44.0	36.0	"
180	21.5	36.9	44.6	"
平 均	24.0	42.0	40.0	



第 1 圖

i) 抗 張 力

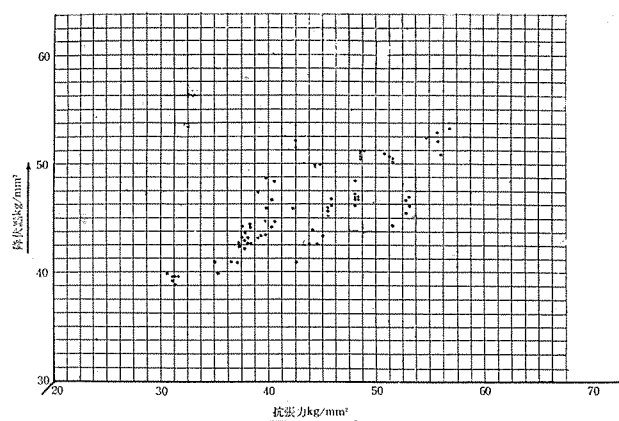
此の結果によれば、規格値に足りないもの2種規格値以上のもの3種で、最低値は 30.7 kg/mm^2 で約10%不足し最高値は 55.8 kg/mm^2 で約12%抗張力が大きくある。そして平均値は 42 kg/mm^2 である(但し平均値は算術平均値でなく most probable な値である以下平均値とは皆この意味のものである)。抗張力の規格値より大きなものは問題ないが、規格値より小さなものは17種中2種で、この試験では約12%の不合格率である。

ii) 伸 び

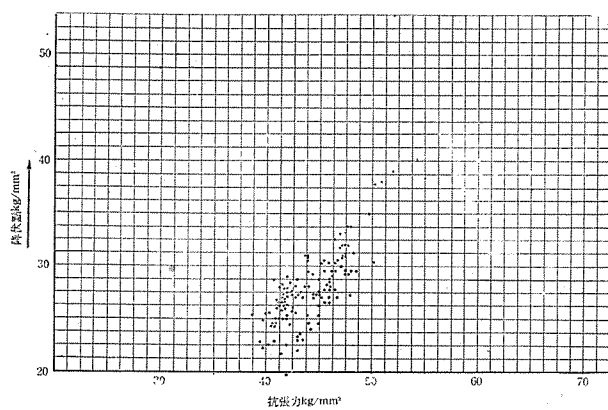
伸びは全部規格値以上で、その平均値は40%である。

iii) 降 伏 点

この種構造用鋼材では、實際設計上の基準は寧ろ抗張力よりも降伏点にあるべきであり、抗張力に對して降伏点を計算し、又は他の關係より求めることは出来ない。そしてこの様な成分及び加工工程の異なるものでは、抗張力及び降伏点が如何にまちまちであるかは、第2圖及び第3圖にその一例を示める。この様な譯で實際に於いては降伏点が重要であるが、JES SS.00 鋼の如く殆ど無規格に等しいものに降伏点の規定を要求する方が無理である。それ故に實際の試験結果より降伏点を求めた。



第 2 圖



第 3 圖

丸鋼では降伏点は平均 24 kg/mm^2 である。

b) 平 鋼

17種の平鋼の試験結果は第4圖及び第4表の様である。

i) 抗 張 力

抗張力は規格値より大なるものは三種であるが、これは JES によると、厚 6mm 未満のもので試験する必要のないものである。併し参考のために JES をその儘適用した。従つて JES の規格に依れば、12種全部規格値内にある。(厚さ 6mm 未満のもの5種)。そしてその平均値は 43 kg/mm^2 である。

ii) 伸 び

規格値以上で平均値は30%である。

iii) 降 伏 点

平均値は 30 kg/mm^2 である。

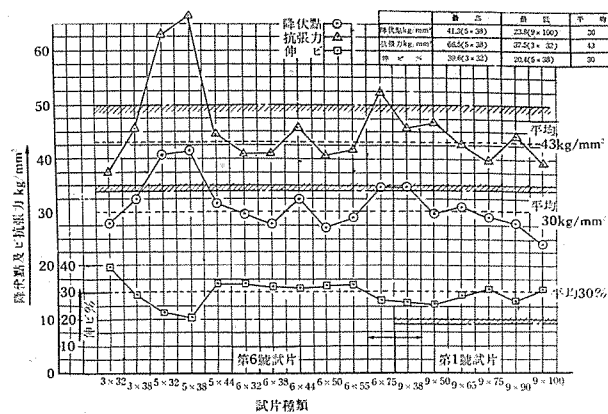
c) 等 邊 山 形 鋼

7種の試験結果は第5表及び第5圖の様である。

第 4 表 平 鋼 試 験 成 績 表

下記値は同一試験片5本の平均値なり

厚 × 巾 mm	降 伏 点 kg/mm ²	抗 張 力 kg/mm ²	伸 び %	試験片
3 × 32	27.9	37.5	39.6	J E S 第 6 號
3 × 38	32.3	45.7	28.6	"
5 × 32	40.6	63.0	22.2	"
5 × 38	41.3	66.5	20.4	"
5 × 44	31.6	44.5	33.1	"
6 × 32	29.5	40.9	33.1	"
6 × 38	27.6	41.0	31.9	"
6 × 44	32.4	45.7	31.2	"
6 × 50	27.0	40.7	32.8	"
6 × 65	28.8	41.7	32.7	"
6 × 75	24.5	52.7	27.0	"
9 × 38	34.9	45.8	25.8	J E S 第 1 號
9 × 50	29.7	46.9	25.3	"
9 × 65	30.9	42.8	28.5	"
9 × 75	28.8	39.9	30.9	"
9 × 90	27.7	44.3	26.8	"
9 × 100	23.8	39.6	33.7	"
平 均	30.0	43.0	30.0	



第 4 圖

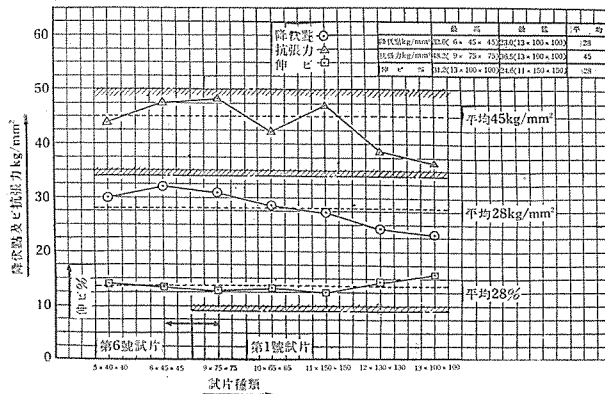
i) 抗 張 力

7 種とも規格値内でその平均値は 45 kg/mm^2 である。(但し厚 6mm 未満 1 種)

第 5 表 等邊山形鋼の試験成績表

下記値は同一試験片 5 本の平均値なり

厚×邊×邊 mm	降 伏 點 kg/mm ²	抗 張 力 kg/mm ²	伸 び %	試験片
5 × 40 × 40	30.0	43.9	27.7	J E S 第 6 號
6 × 45 × 45	32.0	47.2	27.1	〃
9 × 75 × 75	30.7	48.2	25.3	J E S 第 1 號
10 × 65 × 65	28.4	42.1	25.7	〃
11 × 150 × 150	27.2	46.9	24.6	〃
12 × 130 × 130	24.0	38.1	28.5	〃
13 × 100 × 100	23.0	36.5	31.2	〃
平 均	28.0	45.0	28.0	

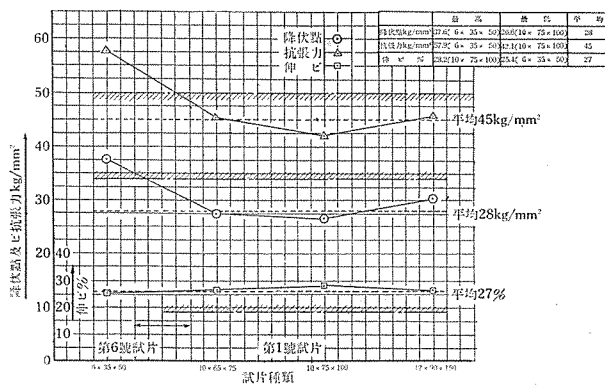


第 5 圖

第 6 表 不等邊山形鋼の試験成績表

下記値は同一試験片 5 本の平均値なり

厚×邊×邊 mm	降 伏 點 kg/mm ²	抗 張 力 kg/mm ²	伸 び %	試験片
6 × 35 × 50	37.6	57.9	25.4	J E S 第 6 號
10 × 65 × 75	27.6	45.5	27.0	J E S 第 1 號
10 × 75 × 100	26.6	42.1	28.2	〃
12 × 90 × 150	30.3	45.8	27.0	〃
平 均	28.0	45.0	27.0	



第 6 圖

ii) 伸 び

規格値以上で平均 28 % である。

iii) 降 伏 點

平均 28 kg/mm^2 である。

d) 不等邊山形鋼

4 種の試験結果は第 6 表及び第 6 圖の様である。

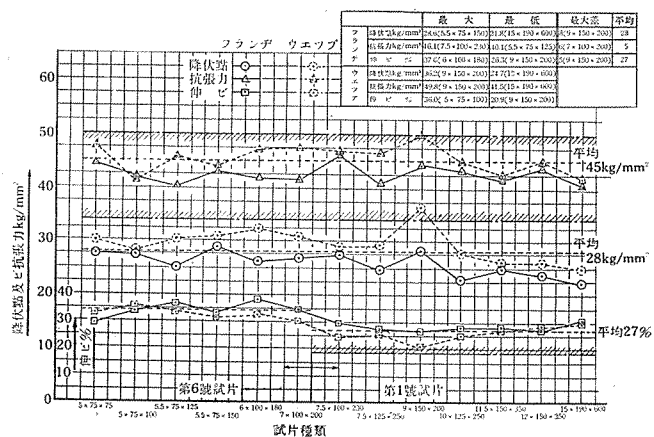
i) 抗 張 力

1 種のみ最高値以上で、 57.6 kg/mm^2 で約 16 % も大であるが、伸びが規格値以上であつて問題になら

第 7 表 工形鋼の試験成績表

下記値は同一試験 5 本の平均値なり

厚×邊×邊 mm		降伏點 kg/mm ²	抗張力 kg/mm ²	伸 び %	試験片
5 × 75 × 75	フランヂ	27.5	44.4	29.3	J E S 第 6 號
〃	ウェンブ	30.5	47.6	32.5	〃
5 × 75 × 100	フランヂ	27.3	42.0	33.5	〃
〃	ウェンブ	28.1	41.5	36.0	〃
5.5 × 75 × 125	フランヂ	25.4	40.1	36.9	〃
〃	ウェンブ	30.4	45.9	33.8	〃
5.5 × 75 × 150	フランヂ	28.6	43.1	32.8	〃
〃	ウェンブ	30.7	44.0	32.5	〃
6 × 100 × 180	フランヂ	26.6	41.7	37.6	〃
〃	ウェンブ	32.2	47.0	32.2	〃
7 × 100 × 200	フランヂ	26.8	41.5	34.1	〃
〃	ウェンブ	31.3	47.7	30.1	〃
7.5 × 100 × 230	フランヂ	27.4	46.1	29.1	J E S 第 1 號
〃	ウェンブ	28.8	46.9	24.1	〃
7.5 × 125 × 250	フランヂ	24.5	40.7	27.2	〃
〃	ウェンブ	29.1	46.5	25.1	〃
9 × 150 × 200	フランヂ	28.1	44.2	26.3	〃
〃	ウェンブ	36.2	49.8	20.9	〃
10 × 125 × 250	フランヂ	22.8	43.2	27.5	〃
〃	ウェンブ	27.6	44.8	24.9	〃
11.5 × 150 × 350	フランヂ	24.7	41.6	27.8	〃
〃	ウェンブ	26.0	42.5	27.3	〃
12 × 150 × 350	フランヂ	23.6	43.7	26.8	〃
〃	ウェンブ	25.8	45.0	27.4	〃
15 × 190 × 600	フランヂ	21.8	40.4	30.4	〃
〃	ウェンブ	24.7	41.5	29.5	〃
平 均		28.0	45.0	27.0	



第 7 圖

ぬ。その平均値は 45 kg/mm^2 である。

ii) 伸 び

規格以上で 28 % である。

iii) 降 伏 点

平均 28 kg/mm^2 である。

以下の形鋼では フランジ と ウェツブ の厚が異なる関係上
フランジ と ウェツブ を別々に試験し、その間の差違をもし
らべた。併し平均値としては實際の利用の便宜上兩者を
一緒にして求めた。

e) I 形 鋼

13種の試験結果は第7表第7圖の様である(但し厚
6mm 未満のもの4種)。

i) 抗 張 力

大体に於いて ウェツブ は フランジ より抗張力が大き
いが、これは當然のことで ウェツブ が フランジ より厚
が薄く加工度が大であるから、幾分大きく出るので
ある。

同一の鋼で ウェツブ と フランジ との抗張力の差が、
 6 kg/mm^2 で相當に大きな値であるが、實際の使用
上は兩者を別々に考へることは不便であるから、平
均値は兩者を一緒に考へて求めた。この平均値は 45 kg/mm^2 である。

ii) 伸 び

厚 7.5 mm 以上のものでは、全部規格以上で、平
均値は 27 % である。

iii) 降 伏 点

平均値は 28 kg/mm^2 である。

第 8 表 溝形鋼の試験成績表

下記値は同一試験片 6 本の平均値なり

厚×邊×邊 mm		降伏点 kg/mm ²	抗張力 kg/mm ²	伸 び %	試験片
5 × 40 × 75	フランジ	32.1	42.6	33.2	J E S 第 6 號
"	ウェツブ	38.4	46.4	24.8	"
5 × 50 × 100	フランジ	33.7	43.4	29.8	"
"	ウェツブ	36.6	46.0	22.8	"
6 × 65 × 125	フランジ	26.5	38.9	38.0	"
"	ウェツブ	27.8	39.5	36.5	"
6.5 × 75 × 150	フランジ	27.2	42.9	28.5	J E S 第 1 號
"	ウェツブ	26.7	41.9	28.2	"
7 × 75 × 180	フランジ	30.3	46.2	26.7	"
"	ウェツブ	32.7	45.9	25.7	"
7 × 70 × 200	フランジ	30.5	48.0	25.3	"
"	ウェツブ	32.4	48.3	23.4	"
7.5 × 80 × 200	フランジ	29.9	46.8	25.1	"
"	ウェツブ	32.9	48.9	23.2	"
8 × 80 × 230	フランジ	27.9	43.7	24.7	"
"	ウェツブ	29.3	46.1	25.5	"
9 × 90 × 250	フランジ	24.5	40.8	25.7	"
"	ウェツブ	24.8	41.3	27.7	"
9 × 90 × 300	フランジ	26.6	44.1	24.1	"
"	ウェツブ	27.8	44.4	28.4	"
平 均		30.0	45.0	27.0	

f) 溝 形 鋼

10種の試験結果は第8表第8圖の様である。

i) 抗 張 力

全部規格値内である。(但し厚 6mm 以下 2 種)
フランジ と ウェツブ との差は、同一鋼で 4 kg/mm^2 が
最大である。平均値は 45 kg/mm^2 である。

ii) 伸 び

全部規格内で、平均値は 27 % である。

iii) 降 伏 点

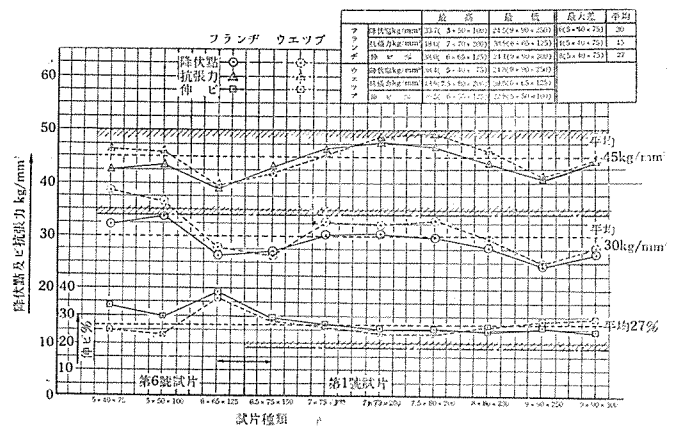
平均値 30 kg/mm^2 である。

g) 丁 形 鋼

僅かに 2 種のみ試験したがその結果は第 9 表第 9
圖の様である。

i) 抗 張 力

全部規格値内で平均値は 43 kg/mm^2 である。

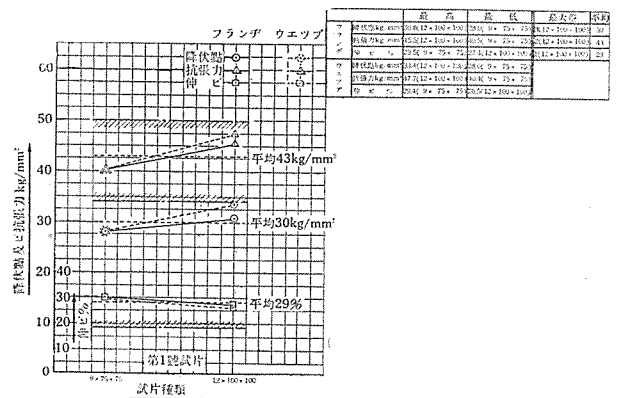


第 8 圖

第 9 表 丁形鋼の試験成績表

下記値は同一試験片 5 本の平均値なり

厚×邊×邊 mm		降伏点 kg/mm ²	抗張力 kg/mm ²	伸 び %	試験片
9 × 75 × 75	フランジ	28.0	40.5	29.5	J E S 第 1 號
"	ウェツブ	28.0	40.4	29.4	"
12 × 100 × 100	フランジ	30.8	45.5	27.4	"
"	ウェツブ	34.3	47.5	26.5	"
平 均		30.0	43.0	29.0	



第 9 圖

第 10 表 一般用壓延鋼材普通種 (SS 00) の試験結果の繰返し度数表

		鋼 種							合計
		丸鋼	平鋼	等邊山形鋼	不等邊山形鋼	工作鋼	溝形鋼	丁形鋼	
降 伏 點 kg/mm ²	45~40	0	2	0	0	0	0	0	2
	40~35	0	0	0	1	1	2	0	4
	35~30	3	6	2	1	5	7	2	26
	30~25	5	8	3	2	14	9	2	43
	25~20	7	1	2	0	6	2	0	18
	20~15	2	0	0	0	0	0	0	2
抗 張 力 kg/mm ²	60以上	0	2	0	0	0	0	0	2
	60~55	1	0	0	1	0	0	0	2
	55~50	2	1	0	0	0	0	0	3
	50~45	4	4	3	2	9	9	2	33
	45~40	3	7	2	1	17	9	2	41
	40~34	5	3	2	0	0	2	0	12
伸 び %	34以下	2	0	0	0	1	0	0	2
	55~50	2	0	0	0	0	0	0	2
	50~45	0	0	0	0	0	0	0	0
	45~40	5	0	0	0	0	0	0	5
	40~35	7	1	0	0	3	2	0	13
	35~30	2	8	1	0	9	1	1	22
合 計	30~25	1	6	5	3	11	9	3	38
	25~20	0	1	1	1	3	8	0	14
	20~18	0	1	0	0	0	0	0	1
合計		17	17	7	4	13 × 2	10 × 2	2 × 2	95

95 × 5 = 475

ii) 伸 び

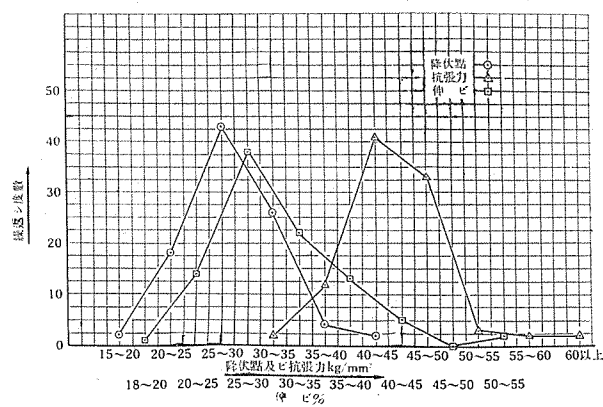
規格値以上で平均値は 29 % である。

iii) 降 伏 點

平均値は 30 kg/mm² である。

次に以上の試験結果から、この種の抗張力、降伏點、伸び等について其の最も妥當なる値をしらべた。これには抗張力、降伏點、伸び等の間を若干個數に分割して、その各範囲の繰返し度數を求めた。此の結果は第10表及び第 10 圖の様である。

これより得られる最も妥當な値は次の様である。

抗 張 力 40~45 kg/mm²

第 10 圖

降 伏 點 25~30 kg/mm²

伸 び 25~30 %

この値について重みを考へると抗張力では 45 kg/mm²、降伏點では 30 kg/mm²、伸びでは 30 % の方に重みが多い。

次に此の妥當値を中心にして、その前後の値に対する繰返し度數をしらべると、妥當値以下の値に対するより妥當以上の値に対する繰返し度數が多い。

結 論

一般用壓延鋼材普通種 (SS 00) の 95 種 475 個の試験片について、試験した結果、この種に於けるも妥當な最値は

抗 張 力 40~45 kg/mm²降 伏 點 25~30 kg/mm²

伸 び 25~30 %

となり、これを更に範圍を狭めて、一定の値に限定するとすれば、抗張力は 45 kg/mm²、降伏點は 30 kg/mm²、伸びは 30 % と考へて差支へない。

此の調査は當社材料委員會第二委員會の調査事項で當研究部に於て行つたものである。

終りに臨み試験及び整理に盡力された山本技手、須田藤井諸君に篤く御禮申し上げ。