



三菱電機

第 17 卷 昭和 16 年 8 月 第 8 號

内 容 目 次

莖軸管用硝子内の内力分布	207
不平衡誘導電動機の速度特性	216

三菱電機株式會社

三菱電機

第十七卷

昭和十六年八月

第八號

莖軸管用硝子内の内力分布

研究部 菅野正雄

1 緒言

大電力用真空管硝子の満足すべき要件は、

1. 耐熱性の大きなこと
2. 化学的安定性の大きなこと
3. 電氣的性質の優秀なるべきこと

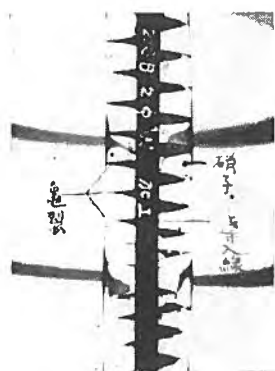
は云ふ迄もないのであるが、特に導入線封入部を構成する所謂莖軸管部に於ては、以上の外に、導入線と硝子との熱膨脹特性の差異に基づく歪みを極力小ならしむること、即ち兩者をよく“なちませる”ことが要求されるのである。蓋し、硝子はその成分の僅かの變化により、その諸性質に著しい變化を生ずるものとも考へられないが、その膨脹係数の變化が莖軸管硝子内の歪みに及ぼす影響は、導入線の膨脹係数との差に比例して増加するものなる故、これを輕視するわけにはゆかないのである。参考として、第1圖に、膨脹係数の差の著しい爲に、龜裂を生じた試料の寫眞を示した。從つて真空管壁用として製造された硝子も、更に莖軸管用として使用される爲には、その熱膨脹特性が導入線のそれと近似する様、小

量づゝ、その成分が加減せられねばならない。電球及び受信管等の小電力用の真空管では、チュメット（所謂代用線）等、その熱膨脹特性が硝子のそれと酷似する様、その成分の定められた合金も製作せられてゐるが、大電力用のものでは未だかゝる合金の充分満足なものはなく、概ね硝子の成分が調整せられてゐるものであつて、此の目的に對しては殆んど例外なく、硼硅酸系硝子が、又導入線としては、タングステン及びモリブデン等が用ひられてゐる。

さて以下、觀察を此の歪み（從つて内力）の問題に限つて述べることにすれば、優良なる莖軸管用硝子を得るには、

1. 常温より硝子の軟化點に到る温度範圍で導入線及び硝子の熱膨脹特性の測定
2. 硝子の粘性係数の測定
3. 導入線封入硝子に就き、その内力の大きさ並に分布の決定

等が必要であるが、特にこれより、こゝに述べようとする第3項は、種々の場合に、直接決定的な効果を與へる點で重要なものであつて、それは第III節に説明する光弾性實驗によつて行なはれるのである。而して莖軸管を徐冷、焼鈍したる場合に就ては、すでに A. W. Hull (1)(2) 等の研究があるが、急冷の場合、導入線に電流を通じた場合及び中間硝子を挿入したる場合等に就ての研究は未だ行なはれてゐなかつたのである。實際莖軸管として使用するものは勿論、充分徐冷操作を経て、加工による歪みを除去したものでなければならぬから急冷の場合の研究は餘り問題とならない様にも考へられるが、目的とする莖軸管用硝子を決定する迄の中途に於て、試作物



第1圖

に就き、一々徐冷の操作を行なはずにその良否の大略を速やかに推察する便を與へるものであるから、この場合の研究も無用とは云へないのである。

II 内力の計算式

計算を簡単にする爲に、第2圖に示す如き形の試料を用ひ、更に導入線及び硝子の各部は夫々一様で、長さは無限、且つ、冷却又は加熱等の操作はすべて軸對稱的に行なはれ、又その操作の際、たりのないものとする。然る時は、弾性理論より、圓筒座標 r, θ, z を用ひて、次の關係式を得る。

1. フックの法則及び平衡關係式：

導入線に就ては $0 < r < a$,

硝子に就ては $a < r < b$

に於て

$$\text{フックの法則} \quad \begin{cases} r_r = -\frac{1}{E} \left\{ R_r - \sigma(\Theta_\theta + Z_z) \right\} + \psi(r) \cdots (1) \\ \theta_\theta = -\frac{1}{E} \left\{ \Theta_\theta - \sigma(Z_z + R_r) \right\} + \psi(r) \cdots (2) \\ z_z = -\frac{1}{E} \left\{ Z_z - \sigma(R_r + \Theta_\theta) \right\} + \psi(r) \cdots (3) \end{cases}$$

$$\text{平衡關係式} \quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} (r R_r) - \Theta_\theta = 0, \cdots \cdots \cdots (4) \\ \frac{\partial Z_z}{\partial z} = 0, \cdots \cdots \cdots (5) \end{cases}$$

2. 境界條件

$r=0$ に於てはすべての内力が有限, $\cdots \cdots \cdots (6)$

$r=a$ に於ては

$$\left. \begin{aligned} (R_r)_1 &= (R_r)_2 \\ (\Theta_\theta)_1 &= (\Theta_\theta)_2 \\ (Z_z)_1 &= (Z_z)_2 \end{aligned} \right\}, \cdots \cdots \cdots (7)$$

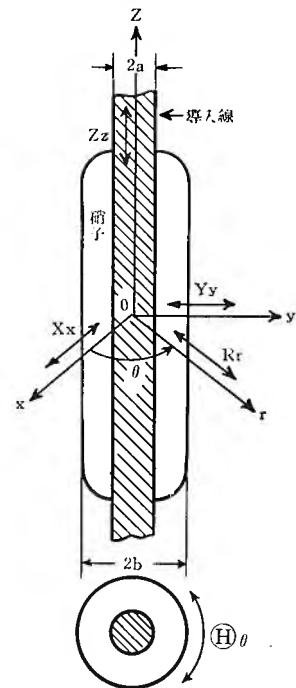
$r=b$ に於ては

$$(R_r)_2 = 0, \cdots \cdots \cdots (8)$$

及び

$$\int_0^a (Z_z)_1 r dr + \int_a^b (Z_z)_2 r dr = 0 \cdots \cdots \cdots (9)$$

但し、指標1及び2は夫々導入線及び硝子に就ての區別を示す。又 R_r, Θ_θ, Z_z 及び r_r, θ_θ, z_z は夫々 r, θ, z 方向の内力(主内力)——壓力を正、張力を負とする——及び歪み(主歪み)——伸びを正、収縮を負とする——を、 $\psi(r)$ は試料の温度分布及び凝固状態に關係する歪みの量を、 E 及び σ は夫々、試料のヤング率及びポアソン比を表はす。而して E, σ 等は考へる温度範囲



第2圖

内では一定とする。一般に(1)乃至(9)を内力又は歪みに關して解くことが出来るが、計算を更に簡単にする爲に次の假定をする。

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \cdots \cdots \cdots (10)$$

$$\psi_1(0) = \psi_1(r) = \psi_1(a), \quad r < a \cdots \cdots \cdots (11)$$

(10)なる假定は、弾性体のポアソン比がすべて大略、0.3程度であることから、又(11)の假定は導入線が硝子に較べて餘り太くなく、その熱傳導度が硝子のそれに比し、著しく大であることから許され得るであらう。

以上の事を考慮すれば、硝子内の内力分布を與へる關係式として、(以後必要のない限り、指標2を省く)。

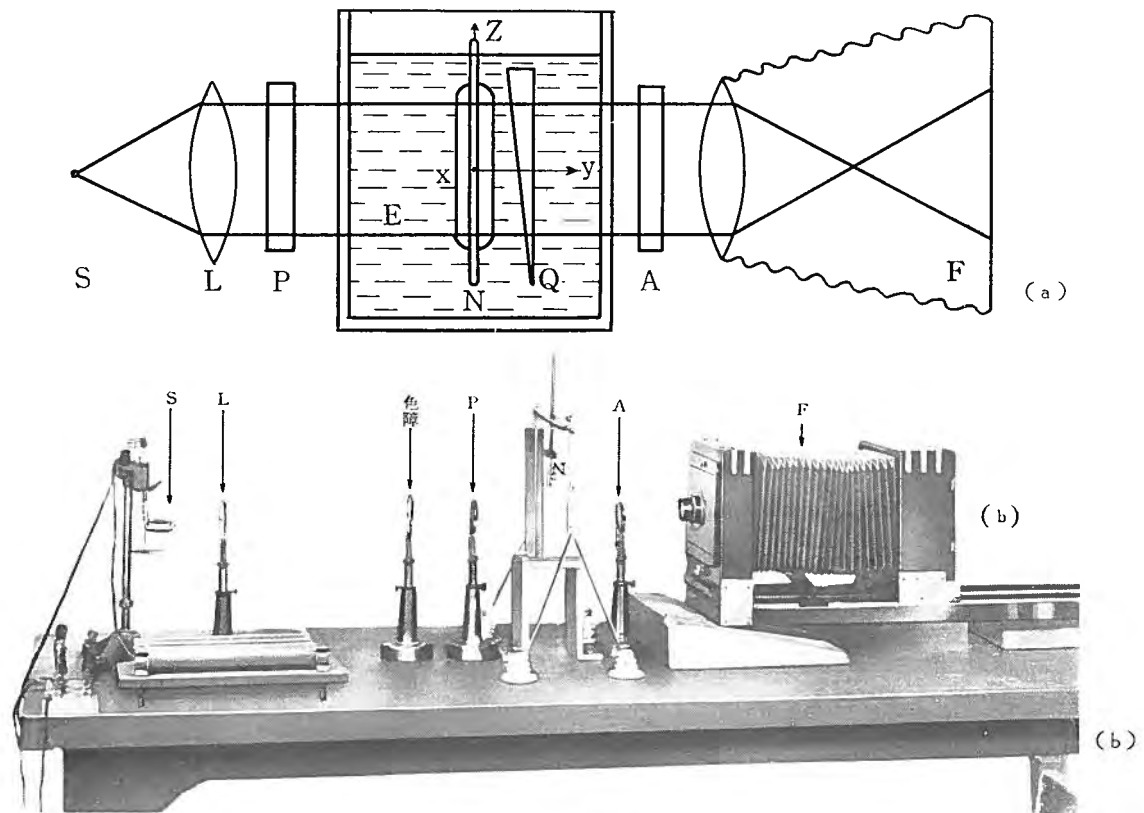
$$R_r = A' - \frac{B'}{r^2} - \frac{1+2\sigma}{1-\sigma^2} \frac{E}{r^2} \int_r^b \psi(r) r dr, \cdots \cdots (12)$$

$$\begin{aligned} \Theta_\theta &= A' + \frac{B'}{r^2} + \frac{1+2\sigma}{1-\sigma^2} E \cdot \\ &\quad \cdot \left\{ \psi(r) + \frac{1}{r^2} \int_r^b \psi(r) r dr \right\}, \cdots \cdots (13) \end{aligned}$$

$$Z_z = C + \frac{2+\sigma}{1-\sigma^2} E \psi(r) \cdots \cdots (14)$$

を得る。こゝに A', B', C は境界條件より定まる常數である。

然るに、實際内力の大きさを計算するには、次節に述べる光弾性實驗により、先づ Z_z を求め、然る後 R_r, Θ_θ を算出するのであるから、上式を次の如く書き換えてお



第 3 図

くのが便利である。

$$R_r = -\left(\frac{b^2}{r^2} - 1\right)A - \frac{1+2\sigma}{2+\sigma} I(r), \dots\dots\dots (15)$$

$$\Theta_\theta = +\left(\frac{b^2}{r^2} + 1\right)A + \frac{1+2\sigma}{2+\sigma} \{Z_z + I(r)\}, \dots\dots\dots (16)$$

$$Z_z = C + \frac{2+\sigma}{1-\sigma^2} E \psi(r), \dots\dots\dots (17)$$

ここに

$$I(r) = -\frac{1}{r^2} \int_r^b Z_z r dr,$$

$$A = \frac{(3e-2\sigma-1)I(a) + (1-\sigma)Z_z(a)}{(2+\sigma)\{2+(1+e)r^2\}},$$

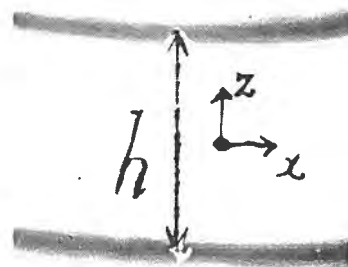
$$e = E_2/E_1,$$

$$r^2 = b^2/a^2 - 1.$$

Ⅲ 光 弾 性 實 験

実験装置の概要を第 3 図 (a) 及び (b) に示す。単色光源 S より出た光をレンズ L にて平行となし、これを、その偏光面が互に直角をなす如く配置された二つの ポーロイド より成る偏光子 P 及び検光子 A を通せば、カメラ F で見た視野は暗黒であるが、P と A との間に水晶の

楔 Q (その光軸は楔の底面に垂直) を挿入すれば、Q 内で分れた二つの偏光が、楔内を通過する爲に得た相対的位相差が、光源の波長 λ の整数倍に當る部分では黒い直線の縞が残り、その他の部分は明るくなる。今、光の進向方向を y 方向とし、それに直角に x, z 方向を定め P の偏光面を z 軸に對して 45° にとり、且つ Q の光軸を z 軸に平行としておけば、上に述べた黒い直線の縞



第 4 図

は x 軸に平行となる。その寫眞を第 4 圖に示す。(實驗に用いた楔は、その面が充分平に仕上がつてない爲に線は多少曲つてゐる)。尙 E は、亞麻仁油又はパラフィン油等、その屈折率が硝子のそれと酷似する液体であつて、それがなければ、次に挿入する試料によつて生ずべき光の屈折を防止してゐるのである。次に内力の存在せる試料 N をその軸が z 軸に平行なる如く挿入すれば、内力ある部分ではその大いさに應じて、縞は上に述べた直線より偏位する。而して軸より x なる距離にある點に於ける偏位 z は、前に述べた相對的位相差を ϕ 、視野にあらはれた相隣る黒線間の距離を h 、寫眞の擴大率を m 、偏光彈性常數(又はブルースターの常數)を β とすれば、第 5 圖を参照して、

$$z = f(r) = \frac{h\phi}{\lambda} = \frac{h\beta}{m\lambda} \int_{-\sqrt{b^2-x^2}}^{\sqrt{b^2-x^2}} Z_z dy$$

$$= \frac{2h\beta}{m\lambda} \int_x^b \frac{Z_z r dr}{\sqrt{r^2-x^2}} \dots\dots\dots (18)$$

となる。但し上式中の長さはすべて寫眞上で測られるものとする。尙 (18) 式に關與するものは Z_z の外に、 X_x , X_y があるが、現在の問題の如く、軸對稱を有し、且つ (8) なる關係があれば、内力の餘り大ならざる限り、是等の影響は、實際は零であることが計算される。(附録の (AI)、(AII) を参照)

さて $f(b) = 0$ なることを考へ、(18) 式を Z_z に關する積分方程式として解けば、

$$Z_z = -\frac{m\lambda}{\pi h\beta} \int_x^b \frac{1}{\sqrt{x^2-r^2}} \frac{df(x)}{dx} dx, \dots\dots\dots (19)$$

を得る。(附録の (AIII) を参照)

かくて寫眞圖形上の測定より $z = f(x)$ が定められれば、(19) 式より Z_z を、從つて又 (15), (16) の兩式より R_r , Θ_θ を計算することが出来るのである。

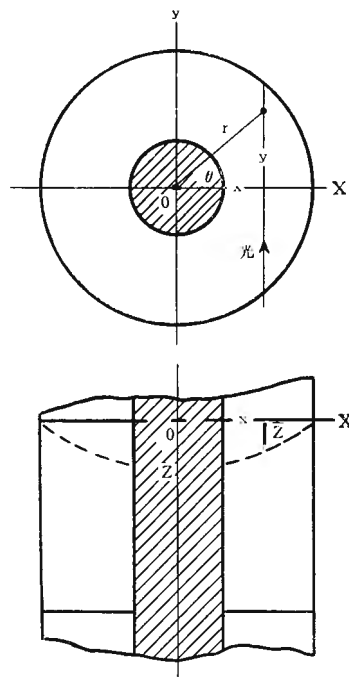
IV 實 驗 例

(IV 1) 徐冷の場合

硝子の燒鈍溫度 T_a より少しく高い溫度より極めて徐々に冷却して常溫 T_0 に到らしめた場合には、硝子の各部に就き

$$\phi(r) = \delta(T_0 - T_a) = -\text{定}$$

(但し、 δ は硝子の線膨脹係數で、考へる溫度範圍で一定とする)



第 5 圖

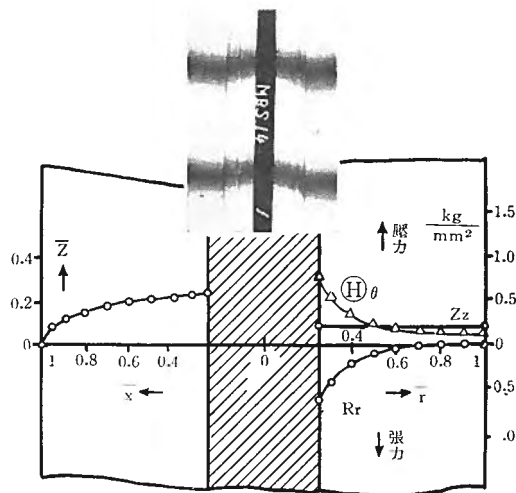
と考へられるから、曲線 $z = f(x)$ 及び内力は次式に示す如くなる。

$$z = \alpha \sqrt{1-x^2}, \dots\dots\dots (20)$$

$$R_r = -\frac{m\lambda}{2h\beta} \frac{\alpha(1+er^2)}{2+(1+e)r^2} \left(\frac{1}{r^2} - 1 \right), \dots\dots\dots (21)$$

$$\Theta_\theta = +\frac{m\lambda}{2h\beta} \frac{\alpha(1+er^2)}{2+(1+e)r^2} \left(\frac{1}{r^2} + 1 \right), \dots\dots\dots (22)$$

$$Z_z = +\frac{m\lambda}{2h\beta} \alpha, \dots\dots\dots (23)$$



第 6 圖

(但し、 $\bar{z}=z/b$, $\bar{x}=x/b$, $\bar{r}=r/b$ である)

即ち曲線は、その軸長が夫々 b , $\alpha|b$ なる楕円の半分を表はし、 $\alpha > 0$ 即ち Z_z が圧力である場合には上半分 $\alpha < 0$ 即ち Z_z が張力である場合は下半分を表はす。その一例を第 6 圖に示した。こゝに用いた導入線は直径 2mm のモリブデン線、硝子は硼硅酸系のものである。(以下に述べる實例に於ても皆同様である)。尚此の計算に用いた常数は下記の如くである。

$$\beta = 3.11$$

$$E_1 = 18,000 \text{ kg/mm}^2$$

$$E_2 = 6,500 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma = 0.3$$

$$\lambda = 5460.7 \text{ \AA}$$

又内力の分布並に楕円の形は導入線と硝子との定まつた組合せに對しては、それらの太さの比 $a/b (= \bar{a})$ に關係するもので (12) ~ (14) 式よりその關係を算出すれば

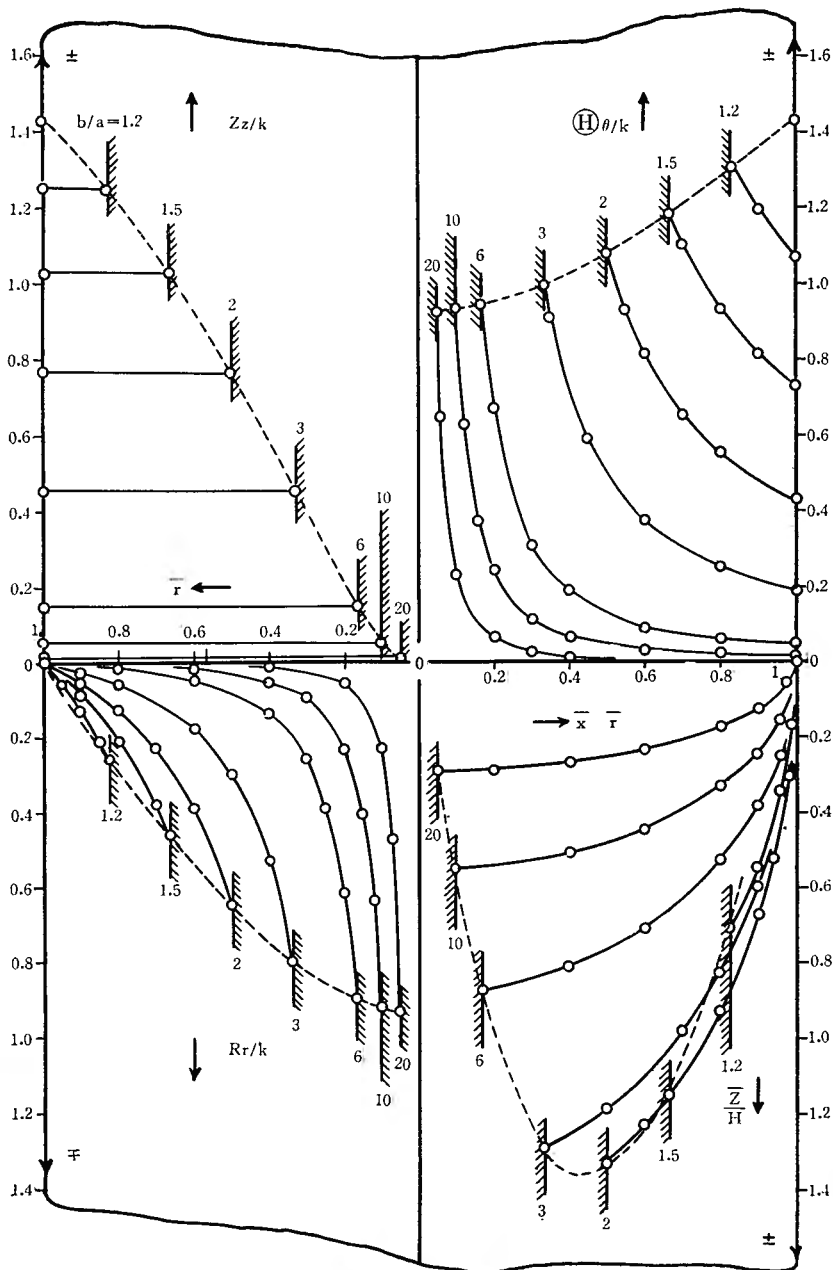
$$z = \pm H \frac{\{(1-e)\bar{a}^2 + 1\}}{\{(1-e)\bar{a}^2 + e\}\{(1-e)(1-e) + e\}\bar{a}^2} \frac{2\sigma\bar{a}^2 + (1+e-2e\sigma)}{\sqrt{1-\bar{x}^2}}, \dots\dots\dots (24)$$

$$R_r = \mp K \frac{\bar{a}^2}{(1-e)(1-2\sigma)\bar{a}^2 + (1+e-2e\sigma)} \left(\frac{1}{\bar{r}^2} - 1 \right), \dots\dots\dots (25)$$

$$\bar{H}\theta = \pm K \frac{\bar{a}^2}{(1-e)(1-2\sigma)\bar{a}^2 + (1+e-2e\sigma)} \left(\frac{1}{\bar{r}^2} - 1 \right), \dots\dots\dots (26)$$

$$Z_z = \pm K \frac{\{(1-e)\bar{a}^2 + 1 + e\}\bar{a}^2}{\{(1-e)\bar{a}^2 + e\}\{(1-e)(1-2\sigma)\bar{a}^2 + (1+e-2e\sigma)\}}, \dots\dots\dots (27)$$

となる。こゝに K, H (何れも > 0) は $\bar{a}$ には關はらない常數であり、複號は、上側は上側同志、下側は下側



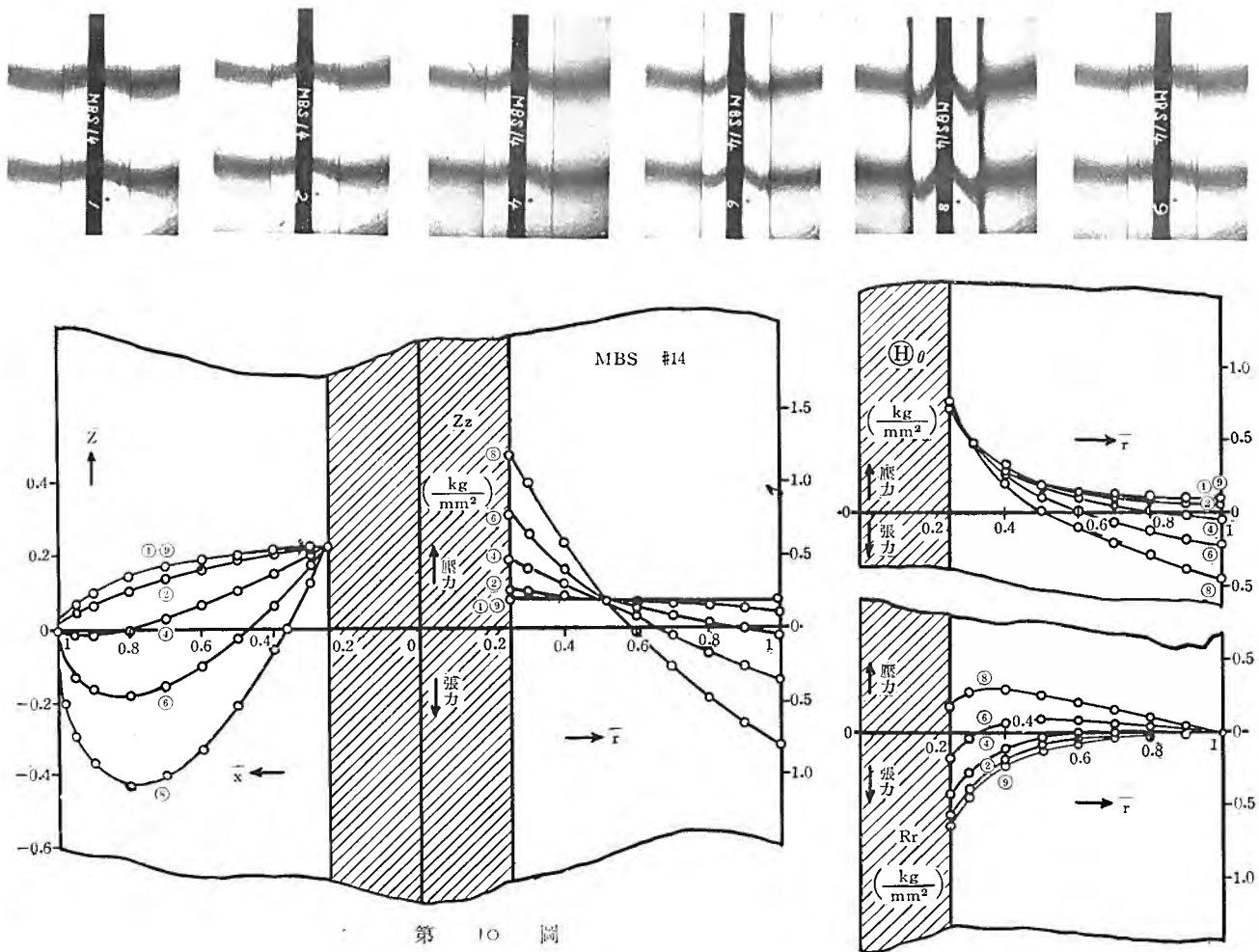
第 7 圖

同志をとるものとする。(24)~(27) 式の關係を b/a をパラメタとして圖示すれば第 7 圖の如くなり、焼鈍された試料内の内力分布が一目瞭然となる。

(IV 2) 急冷の場合

一樣なる高溫度(細工溫度)より急に低溫度 T なる大氣中に取り出し放置したる場合は、 $\psi(r)$ を簡単に知るべくもないので、 $z=f(x)$ の形を寫眞圖形より判斷して次の如く假定する。

$$\bar{z} = \alpha_1 \sqrt{1-\bar{x}^2} + \alpha_2 (1-\bar{x}^2), \dots\dots\dots (28)$$



第 10 圖

の如く表はされる。これを用ひて曲線 $z=f(x)$ 及び内力を計算すれば、

$$\bar{z} = \bar{z}_0 + \frac{2h\beta}{m\lambda} C \left(s \sqrt{1 - \bar{x}^2} - \bar{x} \cos^{-1} \bar{x} \right), 0 < \bar{x} < 1 \quad (32)$$

$$Rr = (Rr)_0 + D \left\{ \log \frac{1}{r} - t \left(\frac{1}{r^2} - 1 \right) \right\}, \dots \dots \dots (33)$$

$$\Theta_\theta = (\Theta_\theta)_0 - D \left\{ \left(1 - \log \frac{1}{r} \right) - t \left(\frac{1}{r^2} + 1 \right) \right\}, \dots \dots (34)$$

$$Zz = (Zz)_0 - C \left\{ \left(1 - \log \frac{1}{r} \right) - s \right\}, \dots \dots \dots (35)$$

を得る、ここに $(Rr)_0$, $(\Theta_\theta)_0$, $(Zz)_0$ は夫々電流を通ずる以前に於て存在せる内力、 $\bar{z}_0$ はそれによる曲線、又 C 及び D は電流の二乗に比例する常数、 s 及び t は (6)~(9) の境界条件より定めらるべき常数である。而して C と D 及び s と t との間には、次の関係がある。

$$D = \frac{2(1+2\sigma)}{2+\sigma} C, \dots \dots \dots (36)$$

$$(1+2\sigma)\{2+(1+e)r^2\}t - 2(2+\sigma)(1+er^2)s$$

$$= 3(1-e) \log \frac{1}{a} - (2+\sigma)er^2 - 3, \dots \dots (37)$$

さて (IV 2) の場合と同様に、圖形上の適当な二點を實測して (32) 式より C 及び s を定め、ついで、(35) (37) の兩式より D 及び t を計算して内力を求める。その一例を第 10 圖に示した。電流は ①、②、④、⑥、⑧ ⑨ の順序に交流で、0A, 25A, 50A, 75A, 100A, 0A の場合を示す。實測點は ⑧ の $(\bar{a}, f(\bar{a}))$ 及び $(\bar{x}_1, 0)$ である。寫真から明らかな様に此の程度の電流による加熱では未だ硝子に永久歪みは残らない。而して多くの實驗の結果によれば、通常使用される導入線と硝子との組合せでは、電流を通ずることによる内力の増加は——弾性体理論の適用出來得る範圍で——電流の二乗に比例し、更に、

(i) Rr は $a < r < b$ なるすべての r に對して壓力を増し、

(ii) Θ_θ は $a < r < b$ なるすべての r に對して張力

を増すか、若しくは $a < r_2 < b$ なる r に於ては
 圧力を増し、 $a < r_2 < b$ なる r では張力を増す
 (iii) Z_z は $\mathbb{H}\theta$ と同様に $a < r < b$ なるすべての r
 に對して張力を増すか、若しくは $a < r_1 < b$ なる
 r では圧力を増し、 $a < r_1 < b$ なる r では張
 力を増す。

(iv) 圖形 $z=f(x)$ は x のすべて値に對して $z < z_0$
 となるか、若しくは $a < |x| < x_0 < b$ なる x で
 は $z > z_0$ で、その他では $z < z_0$ となるかである。

尙、幾何の電流によつて硝子が破壊するかと云ふ問題
 も興味あることである。これは勿論試料の冷却状態その
 他によつて相當の差異はあるであらうが、第3圖の裝置
 のまゝで行なつた一例を示せば、第11圖の如くで、160
 A を通じたる時、2 分の後龜裂を生じた。

V 結 言

以上の説明により、導入線封入硝子丸棒内の内力分布
 を種々の場合に就き計算し得ることを知つたのであるが



第 11 圖

これより莖軸管内の内力分布の概要を推察し得、從つて
 その設計に關し、一つの資料を得ることが出來よう。

尙、中間硝子を挿入せる場合、或は過渡電流通過によ
 る内力分布の過渡状態の研究は今後に残された問題であ
 る。

最後に本實驗に關し、種々有益なる示唆を戴いた大野
 技師及び、數多の試料を供與された立原技師に深く感謝
 する次第である。

文 献

- (1) A. W. Hull. and E. E. Burger ; Physics, 5 384 (1934)
- (2) H. Poritsky ; ditto, 406 (1934)

附 録

$$(A. I) \int_{-\sqrt{b^2-x^2}}^{\sqrt{b^2-x^2}} X_x dy = 0 \quad \text{の證明}$$

内力を直角座標系 $O-xyz$ で表はしたものと、圓嚢座標系
 $O-r\theta z$ で表はしたものととの關係は (第2圖参照)

$$\begin{aligned} \text{垂直内力} \quad & \begin{cases} X_x = R_r \cos^2 \theta + \mathbb{H}\theta \sin^2 \theta \\ Y_y = R_r \sin^2 \theta + \mathbb{H}\theta \cos^2 \theta \\ Z_z = Z_z \end{cases} \quad (A I, 1) \\ \text{剪断内力} \quad & \begin{cases} Y_z = 0 \\ Z_x = 0 \\ X_y = (R_r - \mathbb{H}\theta) \sin \theta \cos \theta \end{cases} \quad (A I, 2) \end{aligned}$$

であるが、第5圖から

$$y = x \tan \theta$$

$$dy = x \sec^2 \theta d\theta$$

なる故

$$\int_{-\sqrt{b^2-x^2}}^{\sqrt{b^2-x^2}} X_x dy = x \int_{-\theta_0}^{\theta_0} R_r d\theta + x \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \mathbb{H}\theta \tan^2 \theta d\theta$$

(こゝに $\tan \theta_0 = b/x$)

然るに本文の (4) 式より

$$\mathbb{H}\theta = r \frac{\partial R_r}{\partial r} + R_r \quad \text{であるから、}$$

$$\begin{aligned} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} R_r d\theta + \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \mathbb{H}\theta \tan^2 \theta d\theta &= \int_{-\theta_0}^{\theta_0} R_r d\theta + \int_{-\theta_0}^{\theta_0} (r \frac{\partial R_r}{\partial r} + R_r) \tan^2 \theta d\theta \\ &= \int_{-\theta_0}^{\theta_0} R_r \sec^2 \theta d\theta + \int_{-\theta_0}^{\theta_0} r \frac{\partial R_r}{\partial r} \tan^2 \theta d\theta \\ &= \left[R_r \tan \theta \right]_{-\theta_0}^{\theta_0} - \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \tan \theta d\theta \\ &\quad + \int_{-\theta_0}^{\theta_0} r \frac{\partial R_r}{\partial r} \tan^2 \theta d\theta \end{aligned}$$

然るに本文の (8) の関係により、

$$R_r \tan \theta \Big|_{-\theta_0}^{\theta_0} = 0$$

又再び、第 5 図から

$$r = x \sec \theta$$

$$dr = x \sec \theta \tan \theta d\theta = r \tan \theta d\theta$$

であるから

$$\int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \tan \theta d\theta = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} r \tan^2 \theta \frac{\partial R_r}{\partial r} d\theta$$

よつて

$$-\int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \tan \theta d\theta + \int_{-\theta_0}^{\theta_0} r \frac{\partial R_r}{\partial r} \tan^2 \theta d\theta = 0$$

従つて

$$\int_{-\sqrt{b^2-x^2}}^{\sqrt{b^2-x^2}} X_y dy = 0$$

が得られる。

(A. II)

$$\int_{-\sqrt{b^2-x^2}}^{\sqrt{b^2-x^2}} X_y dy = 0 \quad \text{の証明}$$

(A. I, 2) 式を用ひ、 $dy = x \sec^2 \theta d\theta$ 、本文の (4) 式、及び $dr = r \tan \theta d\theta$ を考慮すれば、

$$\int_{-\sqrt{b^2-x^2}}^{\sqrt{b^2-x^2}} X_y dy = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} (R_r - R_\theta) \sin \theta \cos \theta \sec^2 \theta d\theta$$

$$= - \int_{-\theta_0}^{\theta_0} r \frac{\partial R_r}{\partial r} \tan \theta d\theta$$

$$= - \int_{\theta=-\theta_0}^{\theta=\theta_0} \frac{\partial R_r}{\partial r} dr$$

$$= - \left[R_r \right]_{-\theta_0}^{\theta_0}$$

$$= 0 \quad (\text{本文の (8) により})$$

(A. III) 積分方程式

$$\varphi(x) = \int_x^b \frac{Z_z r dr}{r \sqrt{r^2 - x^2}} \quad \text{の解 (A. III, 1)}$$

これは Abel 型 積分方程式で次の如くして解ける。先づ次の積分を作る。

$$\int_c^b \varphi(x) g(x) dx = \int_c^b g(x) dx \int_x^b \frac{Z_z r dr}{r \sqrt{r^2 - x^2}}$$

こゝに $g(x)$ は x の適当な函数であり、 c は b より小なる任意の正数とする。この積分の順序を變更すると

$$\int_c^b \varphi(x) g(x) dx = \int_c^b Z_z r dr \int_c^r \frac{g(x)}{\sqrt{r^2 - x^2}} dx$$

となるが、こゝで

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - c^2}}$$

とすれば

$$\int_c^r \frac{x}{\sqrt{(x^2 - c^2)(r^2 - x^2)}} dx = \frac{\pi}{2}$$

であるから、

$$\int_c^b \varphi(x) \frac{x}{\sqrt{x^2 - c^2}} dx = \frac{\pi}{2} \int_c^b Z_z r dr$$

又は

$$\int_b^c Z_z r dr = - \frac{2}{\pi} \int_c^b \frac{\varphi(x)}{\sqrt{x^2 - c^2}} x dx$$

を得る。よつて兩邊を c にて微分すれば

$$Z_z = - \frac{2}{\pi} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\int_r^b \frac{\varphi(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} x dx \right)$$

となる。然るに此の式の右邊の () 内は、

$$\begin{aligned} \int_r^b \frac{\varphi(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} x dx &= \left[\varphi(x) \sqrt{x^2 - r^2} \right]_r^b - \int_r^b \sqrt{x^2 - r^2} \frac{d\varphi}{dx} dx \\ &= \varphi(b) \sqrt{b^2 - r^2} - \int_r^b \sqrt{x^2 - r^2} \frac{d\varphi}{dx} dx \end{aligned}$$

となるが、 $Z_z(b)$ は有限であるから、(A. III, 1) 式より $\varphi(b) = 0$ である。よつて、

$$\int_r^b \frac{\varphi(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} x dx = - \int_r^b \sqrt{x^2 - r^2} \frac{d\varphi}{dx} dx$$

となるから

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\int_r^b \frac{\varphi(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} x dx \right) = \frac{1}{r} \int_r^b \frac{r}{\sqrt{x^2 - r^2}} \frac{d\varphi(x)}{dx} dx$$

$$= \int_r^b \frac{1}{\sqrt{x^2 - r^2}} \frac{d\varphi(x)}{dx} dx.$$

よつて結局

$$Z_z = - \frac{2}{\pi} \int_r^b \frac{1}{\sqrt{x^2 - r^2}} \frac{d\varphi(x)}{dx} dx \quad \text{を得る。}$$

不平衡誘導電動機の速度特性

長崎製作所 宮 地 貞 和
藤 原 辰 二

1. 緒 言

巻線型三相誘導電動機の一次及二次回路を、不平衡接続となした場合の、速度特性を実験的に求めたので、此處に報告し大方の御参考に供する次第である。

2. 一次及二次電流

一次及二次回路が不平衡なる電動機の一次側に、 f なる周波数の電圧を加ふれば、二次側に、周波数 sf 及び $(2-s)f$ なる電流を誘導する。而して二次回路が不平衡であるから、之等の電流も亦不平衡となり、 sf の方は f 及び $(2s-1)f$ なる電流を、又 $(2-s)f$ の方は f 及び $(3-2s)f$ なる電流を夫々一次側に誘導し、電源インピーダンスを通して流れる事となる。この内 f なる電流は電源周波数と同一で平衡誘導電動機の二次電流に対する一次補償電流である。而して一次回路も不平衡であるか

ら、之等の一次電流も亦不平衡となり、 $(2s-1)f$ なる電流は $(3s-2)f$ なる電流を、又 $(3-2s)f$ なる電流は $(4-3s)f$ なる電流を夫々二次側に誘導することとなり、以下この関係を無限に繰返す事となる。

従て、之等の周波数の電流は回轉力にも影響を及ぼす事は當然であつて、次の實驗結果によく現はれてゐる。

3. 實 驗 方 法

誘導電動機の回轉力の測定には、普通の直流機を動力計として使用した。第1圖はその接続の一例である。

第1圖に於て、IM は被試験機にして、20 H.P. 220V. 60 $\sim$ 、900 R.P.M. 巻線型誘導電動機で一次結線が三角形なるを星形に変更して試験を行へり。又 DM は動力計として使用したる直流分巻電動機にして、15 HP、220V 900 R.P.M. なり。

今、直流機 DM が發電機として働く場合には

$$\text{DM の出力} = V_a I_a$$

$$\text{DM の銅損} = P_c$$

$$\text{DM の鐵損} = P_i$$

$$\text{DM と IM とを直結した場合の機械損} = P_m$$

$$\text{IM の機械的動力} = P$$

とすれば、

$$P = V_a I_a + P_c + P_i + P_m \dots\dots\dots (1)$$

但し、試験中は DM の界磁電流は一定に保つ。

次に、IM を電源より切放して、DM にて、前と同一回轉數にて回轉せしむれば、DM への入力

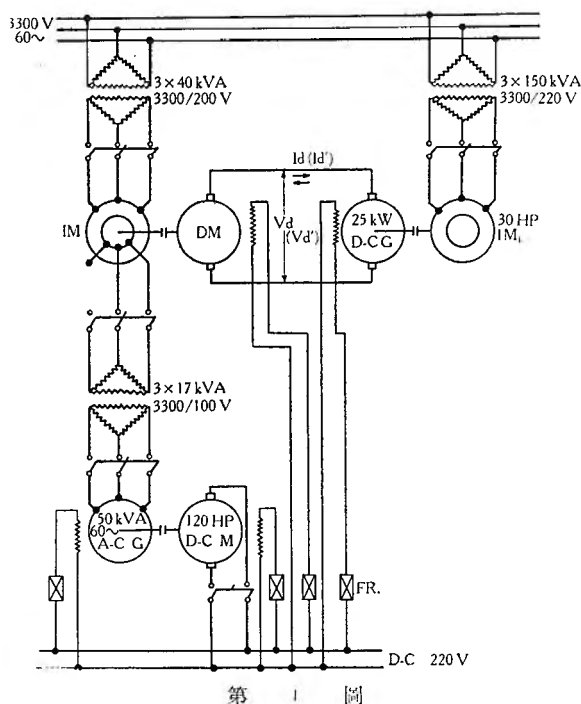
$$V_a' I_a' = P_c' + P_i + P_m \dots\dots\dots (2)$$

但し、 P_c' はこの場合の DM の銅損である。

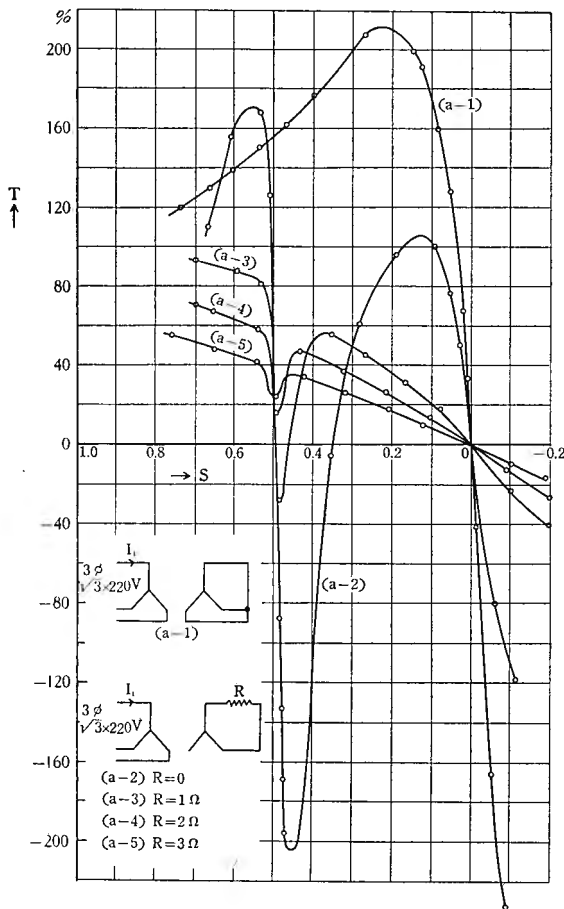
従つて、(1) (2) 兩式より

$$P = V_a I_a + P_c + (V_a' I_a' - P_c') \dots\dots\dots (3)$$

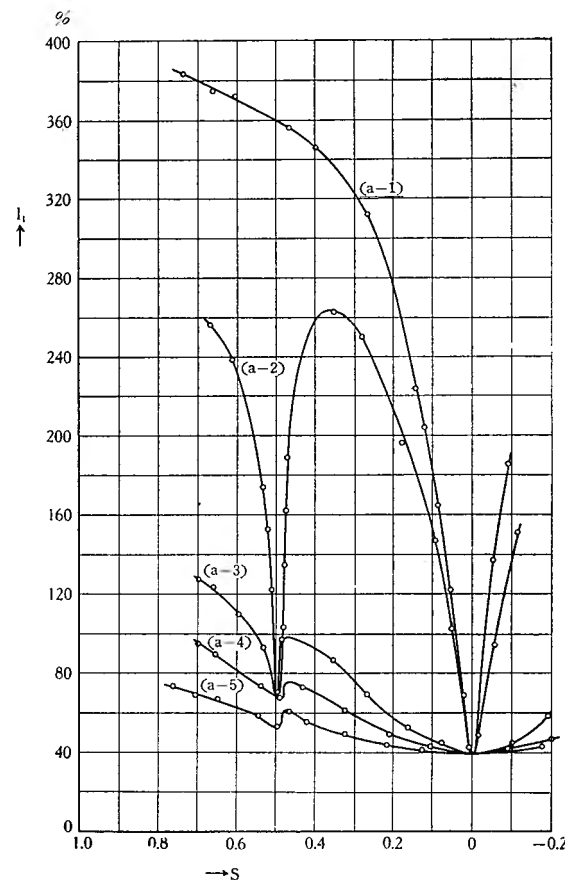
次に、直流機 DM が電動機として働く場合には、同様に



第 1 圖



第 2 圖



第 3 圖

$$P = V_a I_a - P_e - (V_a' I_a' - P_e') \quad (4)$$

となる。(4) 式に於て、 P が正の時は IM は誘導発電機となり、負の時は誘導電動機となると考へてよい。

従て、豫め P_e , $(V_a' I_a' - P_e')$ を求めて置けば V_a , I_a を測定することにより、 P を直に求むる事が出来る。

次に

$$\text{回轉力 } T = 975 P / n \text{ kg-m} \quad (5)$$

但し、 P = 機械的動力 (kW)

n = 回轉數 (R.P.M.)

4. 實驗結果

誘導電動機 IM の全負荷回轉力は、16.6 kg-m, 一次電流は、31.2 A (相電流)、二次電流は、48 A (相電流) を夫々 100% とせり。

(a) 第 2 圖、第 3 圖

(a-1) は平衡三相誘導電動機の特性和、本實驗の目的とする處ではないが、他との比較上記載せり。停動回轉

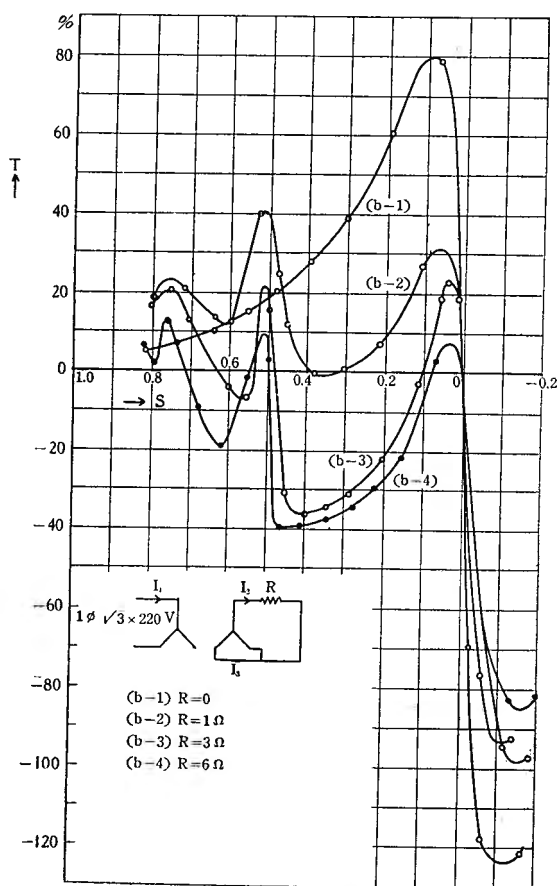
力は、計算値よりも小さくなつてゐる。之は動力計として使用した直流機の損失の測定に誤差がある爲と思はれる。

(a-2) は二次單相の場合で、所謂 ガルガス 現象と稱するものである。この場合には、周波數 $(2S-1)f$ なる電流の影響を受けて、滑 0.5 附近にて回轉力は零となり、 $0.35 < S < 0.5$ では誘導発電機として作用してゐる。この滑 0.5 附近の負の回轉力は、巻上機等の卸制動として使用出来る筈であるが、種々の理由により實際には使用されてゐない。

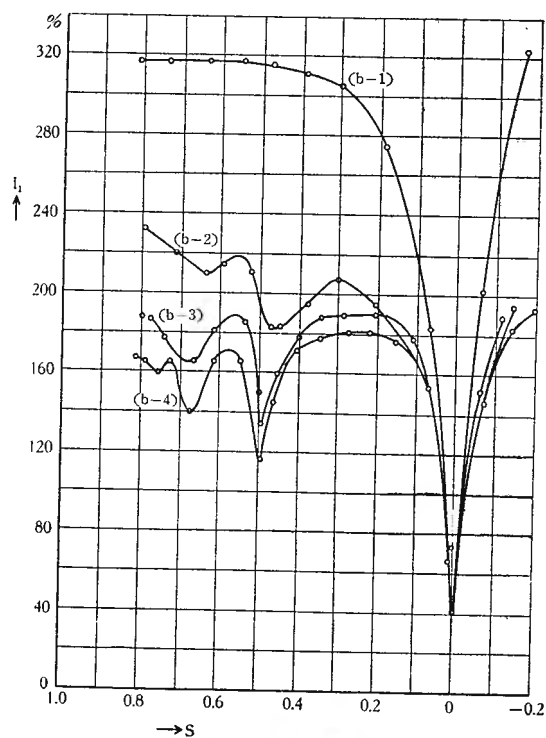
(a-3) 乃至 (a-5) は二次一相の抵抗を變化した場合で、抵抗が多くなる程、滑 0.5 附近に於ける谷が小さくなつてゐる。(a-5) でも分る如く、割合に少い二次抵抗で、起動回轉力を減じ得るから、巻上機等で低回轉力を得たい場合に使用されることがある。

(b) 第 4 圖乃至第 6 圖

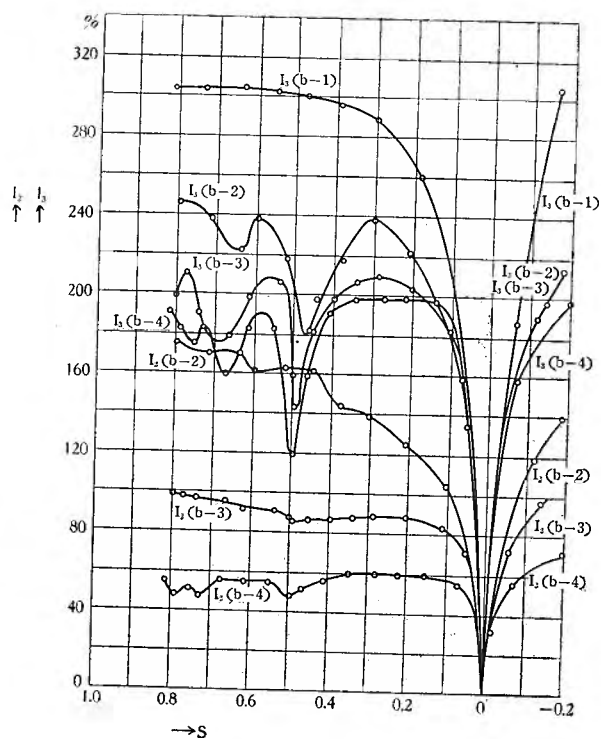
之は一次單相で、二次一相の抵抗を變化した場合であ



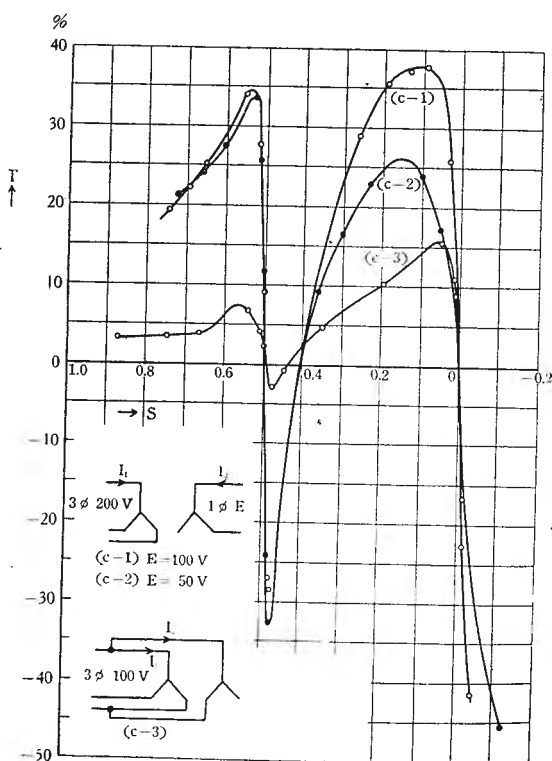
第 4 圖



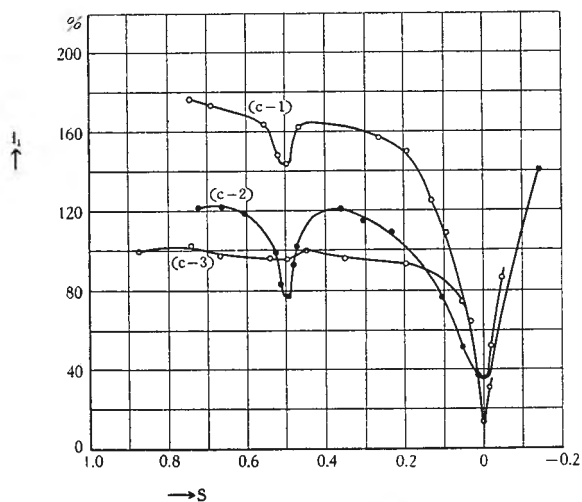
第 5 圖



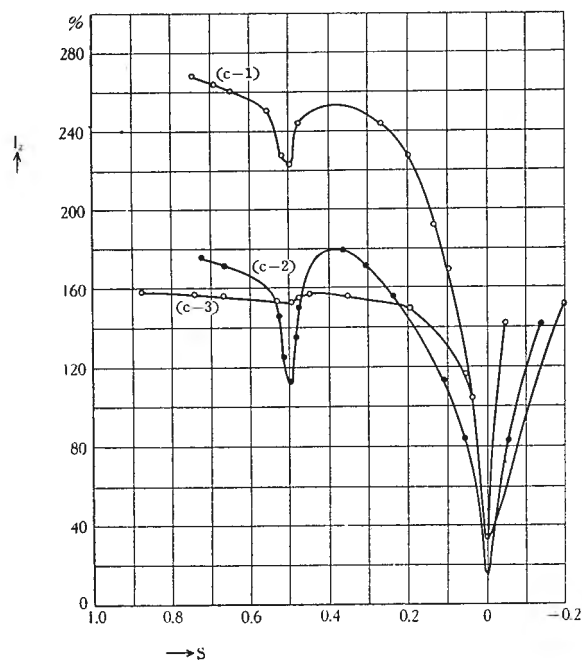
第 6 圖



第 7 圖



第 8 圖

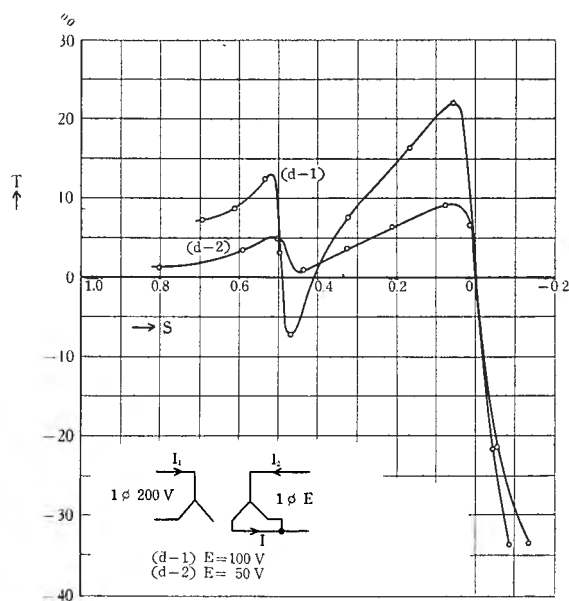


第 9 圖

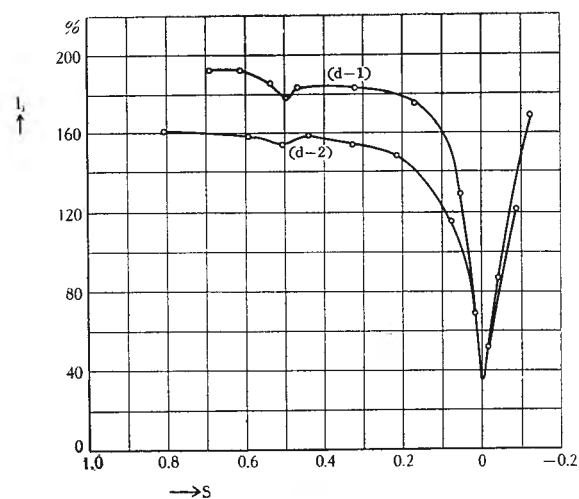
る。(b-1)を除く外は、一次、二次共に不平衡であるから (2 S-1) f, (3 S-2) f, (4 S-3) f 等の電流により、滑 0.5 のみならず 0.66, 0.75 附近にも谷が出来る。この有様は第 5 圖によく現はれてゐる。

(c) 第 7 圖乃至第 9 圖

(c-1) (c-2) は、一次三相、二次単相接續とし、一次に三相、二次に単相電壓 (何れも 60V) を加へた場合である。この場合の特性は、一次側より見れば、二次側は E なる電源インピーダンスに依つて短絡されてゐると考へられるから、回轉力は二次単相の場合 (a-2) の傾向



第 10 圖



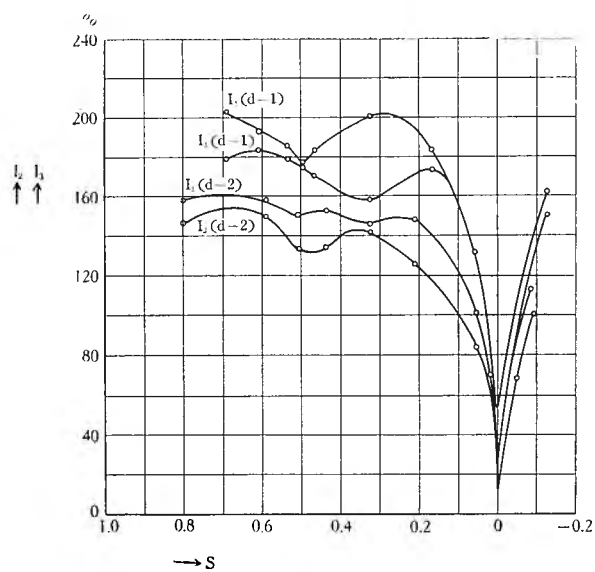
第 11 圖

をもつ。又二次側より見れば、一次は 200V の電源に依つて短絡されてゐると考へられるから、單相電動機の特性 (b-1) を有する事となり、結局之等の二つの特性を重ねた形となつてゐる。

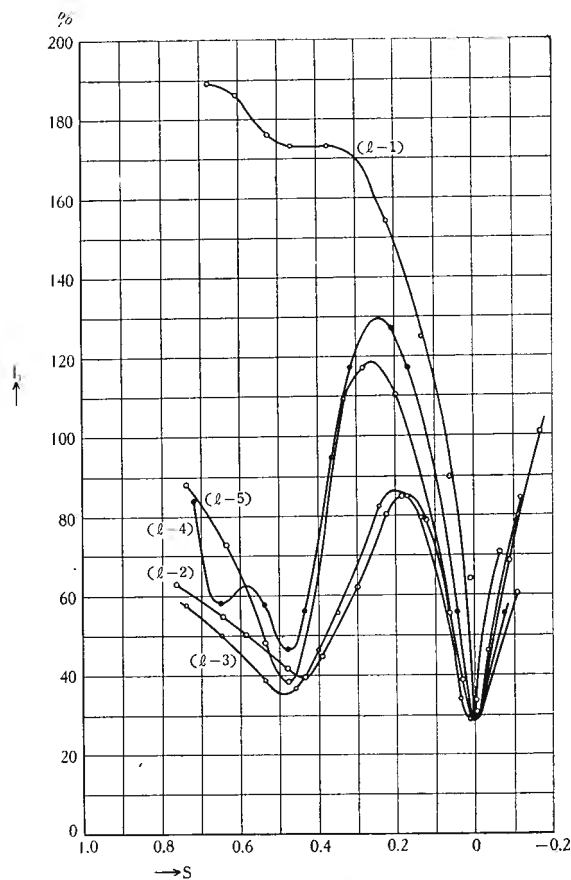
(c-3) は、二次を單相とし、一次及二次に同一電源電壓を加へた場合で大体上の二つと同じ特性をもつ。

(d) 第 10 圖乃至第 12 圖

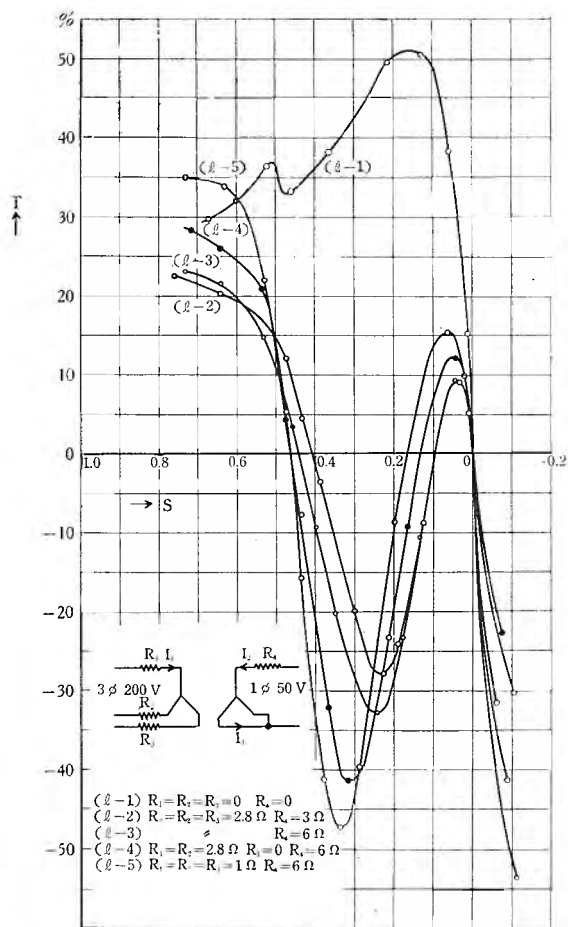
一次側より見れば、二次三相の單相電動機として考へられ、二次側より見れば、二次單相の單相電動機と考へられるので、兩者を重ねた特性を示してゐる。この場



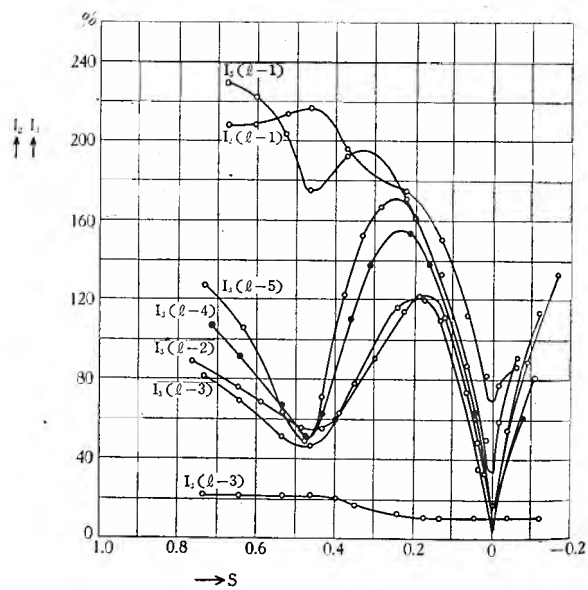
第 12 圖



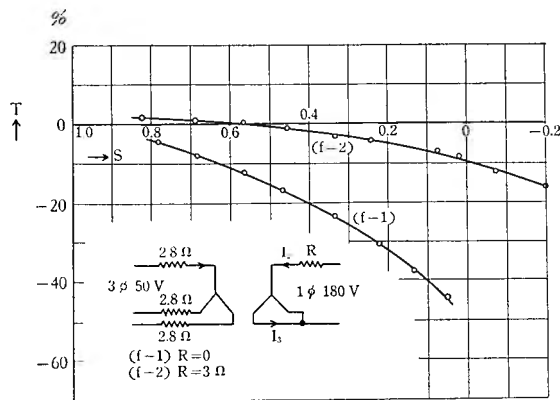
第 14 圖



第 13 圖



第 15 圖



第 16 圖

合には、二次単相の影響が(c-1)の場合程現はれない。

(e) 第 13 圖乃至第 15 圖

一次に三相、二次に単相電圧を加へ、一次及二次抵抗を變化した場合である。

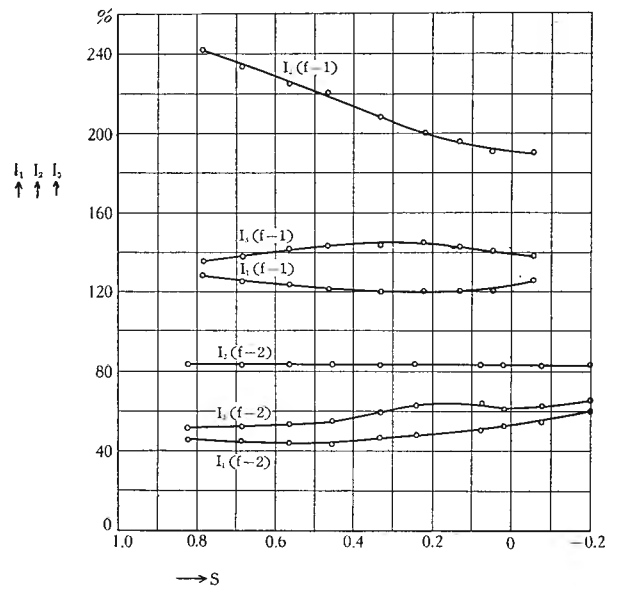
(e-1) は、大体に於て平衡三相誘導電動機の特性を有する筈であるが、二次一相が二次側電源 インピーダンス の爲に不平衡となつてゐる爲に、滑 0.5 附近にて谷を作つてゐる。この谷の大きさは、電源 インピーダンス の大きさによつて左右される事は言ふ迄もない。

(e-2) 乃至 (e-5) は、二次一相に挿入された抵抗の爲に、二次単相の性質を多分に表してゐる。又一次抵抗の値により、回轉力零の點が異つてくる。

(e-4) は、一次抵抗の不平衡なる爲、第 14 圖に見る如く、滑 0.5 及 0.66 附近で谷を作つてゐる。

(f) 第 16 圖、第 17 圖

(e) の場合と反對に、一次電圧が低くて、二次電圧が



第 17 圖

高い場合である。この場合には、一次側より見れば、二次不平衡なる三相電動機であるが、電圧が低く且一次抵抗の爲に、この特性は殆んど現はれず、二次側より見たる所謂単相制動の特性が多分に出てゐる。即ち、回轉力は全滑りに對して負となつてゐる。

5. 結 言

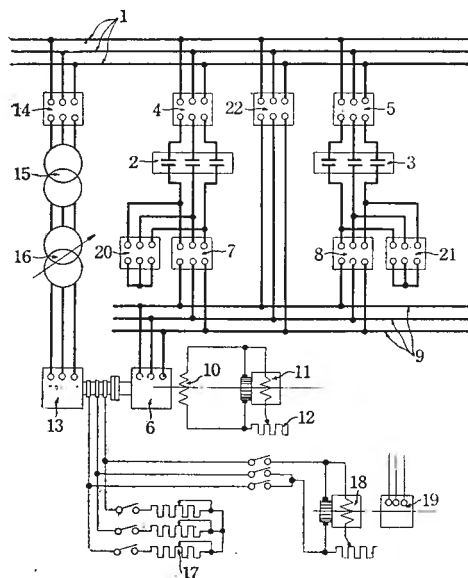
三相誘導電動機に、不平衡外部 インピーダンス を接続した場合の特性が種々得られたが、之等を巧に利用すれば輕負荷の場合或は負負荷の場合の同期速度以下の速度制御として使用する事が出来ると思ふ。 (終)

静電蓄電器の運轉装置

送電又は配電系統の無効電力補償装置として、損失少なく、設備費低廉にして静止器である等の利点より、静電蓄電器が使用せらるゝも、其の容量が一定不變なるが故に、系統に接続せらるゝ時は、諸系統に、大なる電氣的衝撃を與へ、假りに静電蓄電池を多數の群に分ちて、各群を順次、系統に接続すべくなくとするも、蓄電器自体が一定不變なる以上、階段的調整をなし得るに止まり系統の電氣的衝撃は依然抑制出来ない。之を静電蓄電器側より見れば、階段的の調整をなし系統に與ふる衝撃を小ならしめ得べしと雖も、蓄電器自体は個々に急激なる大衝撃電流を受け、電氣的又は機械的に破壊せらるゝに至る。殊に數群の蓄電器が、既に系統に接続せられたる状態に於て、他の群を並列に接続する時は、前者が後者に對し放電を生じ、電磁的衝撃は益々大となる欠點がある。

本發明は斯る欠點を除去して、蓄電器の系統に及ぼす影響を連續的ならしめ、微小なる調整を可能ならしむると共に、蓄電器を系統に接続する時は急激なる電磁的衝撃を與ふる事無く安全なる運轉状態に入らしめんとするもので、系統の無効電力を補償すべき静電蓄電器に對し直列に回轉型調相機を接続し、該調相機を制御する事により、前記直列に接続したる機器の合成無効電力を調整せしむる事の特徴とするものである。

圖に就き作用を説明せんに、電動機(13)は開閉器の(14)閉合により二次側の起動抵抗(17)を接続したる状態にて起動し同期速度附近に至り、二次側を勵磁機(18)に切換へ、同期運轉に入らしめる送電線(1)の要求に應じて、蓄電器(2)を系統に接続せんとする場合は、調相機(16)の電壓及位相を調整抵抗(12)及位相調整器(16)により送電線(1)の夫れと一致せしめたる後、開閉器(4)及(7)を閉合し蓄電器(2)及調相機(6)を直列關係に於て接続せしめるのである。此の時母線(9)及送電線(1)の電壓及位相は一致せしめられてをるから蓄電



器(2)には何等の衝撃をも與へない。その後調相機(6)の界磁捲線(10)の勵磁度を、抵抗(12)を加減して次第に、蓄電器(2)に負荷電流を通ぜしめ該蓄電器が定格電流を通ずる様になつた時、開閉器(20)を閉ち(7)を開き、運轉状態に入らしめる。更に蓄電器(3)の接続が要求されば上列と全く同様にして、調相機(6)及蓄電器(3)を開閉器(5)及(8)を介して直列に接続し、蓄電器(3)が定格電流を通ずる様になつたら、開閉器(21)を閉ち(8)を開いて運轉状態に入らしめるのである。又送電線(1)が蓄電器の一群の一部を接続すべく要求する時は、蓄電器(2)(3)と調相機(6)との直列運轉の中間状態に於て使用すれば良い。斯る状態に於て調相機(6)に自働電壓調整器を組合はせ用ふれば、容量小なる調相機により大なる無効電力の自働調整を行ひ得る利益がある。

送電線より蓄電器(2)(3)を除去する際は前と全く反對に行へば良い。尙蓄電器群が全部送電線(1)に接続せられたる後尙も無効電力の補償を要するならば、開閉器(22)を閉ち、從來の調相機と全く同様にして調相機(6)を運轉せしむる事が出来る。

(特許第 144540 號) (中 野)



三菱電機株式會社

本 店
神戶製作所
名古屋製作所
長崎製作所
大阪工場
大船工場
直方出張所
札幌出張所
奉天駐在員
新京駐在員
京城駐在員

東京市麴町區丸ノ内二丁目四
神戶市兵庫區和田崎町三丁目
名古屋市中區矢田町
長崎市平戸小屋町
兵庫縣川邊郡立花村塚口
神奈川縣鎌倉郡大船町
直方市大字下新入
札幌市北二條東一二丁目九八
奉天大和區浪速通二八
新京大同大街(康德會館內)
京城府黃金町一丁目一八〇

三菱商事株式會社

機 械 部
橫濱支店
青森出張員
仙臺出張員
小樽支店
函館出張所
名古屋支店
機械部大阪支部
神戶駐在員
姫路駐在員
吳支店
門司支店
佐世保出張所
長崎出張所
八幡出張所
臺北支店
基隆出張員
高雄支店
京城支店
釜山出張所
清津出張所
群山出張員
平壤出張所
大連支店
奉天支店
安東出張員
新京支店
哈爾濱支店
牡丹江出張員
天津支店
北京支店
青島支店
濟南支店
上海支店
漢口支店
香港支店

東京市麴町區丸ノ内二丁目十番地
橫濱市中區本町四丁目四三番地
青森市大字古川町一七番地
仙臺市國分町二番地
小樽市色内町八丁目三番地
函館市東濱町六番地
名古屋市中區廣小路通二丁目
大阪府南區安堂寺橋通三丁目
神戶市神戶區海岸通八番(神戶支店內)
姫路市堅町二五番地
吳市堺川通一丁目八番地
門司市東湊町二番地
佐世保市元町四三番地
長崎市小曾根町二一番地
八幡市枝光白川町一丁目
臺北市表町二丁目九番地
基隆市日新町二丁目六番地
高雄市堀江町三丁目三二番地
京城府黃金町一丁目一八〇番地
釜山府大倉町四丁目二二番地
清津府港町四番地
群山府本町一丁目四〇番地
平壤府黃金町三番地(東拓ビル內)
大連市山縣通一六五番地
奉天大和區富士町
安東大和區市場通五丁目
新京特別市大同大街(康德會館內)
哈爾濱埠頭區水道街二九番地
牡丹江市大平路一五番地
天津日本租界須磨街一六ノ一番地
北京東單牌樓大街三四五號
青島館陶路三號
濟南商埠經三路四六八號
上海九江路三六號
漢口江漢路一五號
Holland House, No. 9,
Queen's Road Central Hongkong.

編輯兼發行者

三菱電機株式會社 神戶製作所內

中 台 一 男

印 刷 者

大阪府東區北久太郎町一丁目一六

久 保 專 治

印 刷 所

大阪府東區北久太郎町一丁目一六

サ ン 製 版 印 刷 所

發 行 所

神戶市兵庫區和田崎町三丁目

三菱電機株式會社 神戶製作所

配 給 元

東京市神田區淡路町二丁目九

日 本 出 版 配 給 株 式 會 社

昭和16年8月29日

印 刷

昭和16年9月1日

發 行

〔本誌代價〕 ㊦ 壹部二付 金貳拾錢
(郵 稅 不 要)